

RILIAM

HUSRB/1602/41/0012

IMPLEMENTACIJA INDUSTRIJSKIH ROBOTI



Sadržaj

Predgovor.....	3
1 FANUC industrijski roboti.....	4
SCARA roboti – veća produktivnost	4
SCARA Robot SR-3iA.....	5
Kooperativni roboti - FANUC CR	8
Kolaborativni robot CR-4iA	8
Kontroler R-30iB Plus	9
M-1iA / 0.5A Lagani delta robot.....	10
2. Direktni kinematički problem	12
Denavit Hartenbergov postupak.....	12
Određivanje orijentacije hvataljke.....	19
Planarni manipulator	25
Planarni manipulator sa tri stepena slobode	27
RRR struktura	30
RTT struktura.....	35
Sferični zglob	37
6 DOF struktura.....	39
Stanford arm	41
SCARA konfiguracija	43
2 DOF struktura.....	45
Puma osnova.....	48
3. Literatura.....	52

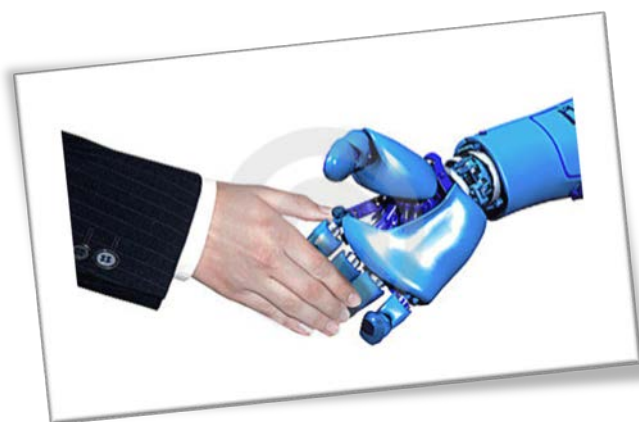
Predgovor

Upravljanje manipulacionim robotima se smatra kao najrazvijenija oblast primene automatike, a danas takodje se sve više susrećemo sa primenom inteligentnih sistema. Priručnik omogućuje lakše savlađivanje gradiva iz ove savremene naučne discipline. Izloženi materijal obuhvata tematiku industrijskih robota. Priručnik se pojavljuje u elektronskom obliku, u štampanoj formi i na web adresi RILIAM projekta.

Tri osnovna zakona robotike

- *A robot may not injure a human being, or through inaction, allow a human being to come to harm.*
- *A robot must obey the orders given it by human beings except where such orders would conflict with the First Law.*
- *A robot must protect its own existence as long as such protection does not conflict with the First or Second Law.*

(I. Asimov: I, Robot)



1 FANUC industrijski roboti

Sa više od 100 modela, FANUC nudi najširi spektar robota na svetu. FANUC roboti koji su pogodni za širok spektar primena i industrije su jednostavni za upravljanje. Oni pružaju potpunu fleksibilnost i brojne opcije za specifične primene, jednostavnu integraciju, opterećenje do 2,3 tone i dostizanje do 4,7 m.

FANUC igra ključnu ulogu u globalnoj revoluciji proizvodnje od njenog osnivanja 1956. godine kada je njen osnivač, Seiueemon Inaba je razvio koncept numeričke kontrole (NC). Tehnologija FANUC-a razvila se od automatizacije jednog jela mašine krajem pedesetih godina u automatizaciju cijelih proizvodnih linija u narednim decenijama. Dr. Inaba je pokrenuo ovaj inovativni razvoj kada je stvorio prvi električni impulsni motor, programirao ga je za numeričku kontrolu i instalirao ga u mašinu. Dr. Inaba i članovi njegovog tima su se uvek trudili da eliminišu prepreke u automatizaciji, povećaju produktivnost, proizvedu bolji proizvod i smanje troškove, tako da su kasnije kreirali robota koji je koristio iste principe za utovar mašine. Rad dr. Inabe se ubrzo pojavio, jer je njegova tehnologija koristila i drugim proizvođačima i inženjerskim kompanijama širom sveta, smanjujući troškove i povećavajući produktivnost. Sa vrhunskim proizvodima kao što su ROBOCUT, ROBODRILL i ROBOSHOT, koji su stavljeni u upotrebu u fabrikama sedamdesetih i osamdesetih godina, FANUC može da pruži optimizovana rešenja za sve veći broj industrijskih aplikacija i potrošača. U Japanu, FANUC je postao prva kompanija koja je izgradila i upravljala automatizovanom fabrikom sa mašinskim alatima i NC robotima. Šezdeset godina nakon osnivanja i sa više od 4 miliona CNC povratnih informacija i 550.000 robota instaliranih u fabrikama širom sveta, FANUC je vodeći proizvođač industrijske automatizacije u svetu. Ali nešto se nije promenilo: FANUC se i dalje trudi da eliminiše prepreke za automatizaciju i pomogne klijentima da optimizuju svoje proizvodne procese.

SCARA roboti – veća produktivnost

FANUC SCARA roboti nude novi nivo brzine i preciznosti, tako da su idealni za montažu (pick and place), branje i instaliranje, pregled i pakovanje. U zavisnosti od vaših potreba, SCARA roboti se mogu isporučiti sa dozvoljenim opterećenjem do 3 kg. do 6 kg. Oba modela rade u omotaču od 360 stepeni i zauzimaju malu površinu za postavljanje na postolje. Integrisane usluge sprečavaju rizik od šticanja.

SCARA roboti su popularno rešenje za robotsku montažu malih razmera. SCARA je skraćenica za Selective Compliance Articulated Robot Arm (zglobna robotska ruka sa selektivnom usklađenošću), što znači da je u skladu sa pravilima X-Y i X-osa na osi Z. Konfiguracija SCARA je jedinstvena i dizajnirana da upravlja sa mnogim manipulacijama sa materijalom.

Struktura SCARA sastoji se od dve ruke, spojene na osnovi i poprečnog preseka prve i druge ruke. Dva nezavisna J1 i J2 interpolacijska zgloba kontrolišu kretanje SCARA robota inverznom kinematikom u smeru X-Y. Krajnji položaj X-Y na kraju kraka 2 je proizvod ugla J1, ugla J2, dužine prve ruke i dužine druge ruke.

Ključni faktor je radni opseg ili polje u kojem robot može raditi fizički. Bez obzira da li govorimo o SCARA, robotima Delta ili šest osovina, dužine različitih artikala i ograničenje pokreta zglobova su ključni faktori koje treba uzeti u obzir.

Obično SCARA roboti imaju radni opseg cilindričnog oblika, sa razlikama u prečniku i dubini cilindra. Ukupna dužina prve i druge ruke određuje prečnik kruga, a pomeranje u pravcu Z određuje dubinu cilindra.

Za većinu aplikacija, domet robota SCARA ograničen je na prednje i bočne stranice. Zadnja strana obično nije korisna ako kablovi i pneumatske cevi rade sa zadnje strane - neki SCARA roboti imaju donji izlaz, koji takođe omogućava robotu da radi.

Za većinu operacija, robot obavlja operacije sklapanja i operacije montaže i postavljanja, koje zahtevaju završni efektor. Može biti jednostavan hvataljka ili višenamenski alat na kraju ruke s matricama ili odvijačima.

Težina i postojanost finalnog efektora i obradaka određeni su zahtevima za maksimalno opterećenje i inerciju, koji moraju biti u skladu sa specifikacijama posla robota.

Većina proizvođača robota ima najmanje dve verzije SCARA robota za rad sa različitim opterećenjima i sa različitom otpornošću. Razumevanje zahteva za opterećenje je važno - ako rad može obaviti manji robot, nema potrebe za zauzimanjem vrednog prostora s većim modelom.

SCARA Robot SR-3iA

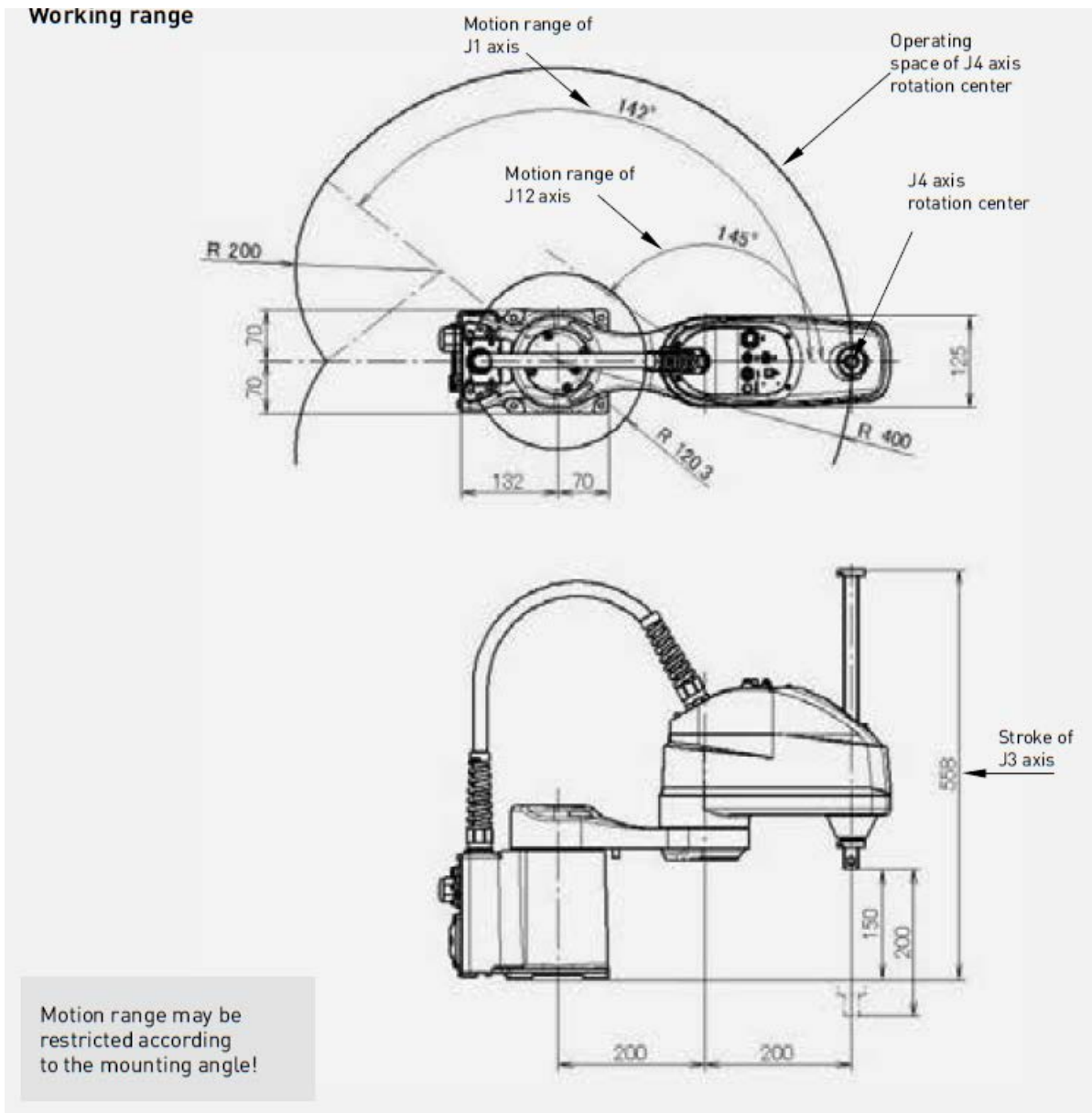
Sa dozvoljenim opterećenjem do 3 kg i 400 mm horizontalnim i 200 mm vertikalnim rasponom, FANUC SR-3iA je idealan za male montažne, montažne, montažne, inspeksijske i pakirne operacije. Rad sa omotačem od 360 stepeni, laganim dizajnom, ultra-kompaktnim otiscima i integrisanim uslugama smanjuju rizik od prekida perifernih uređaja.

BROJ OSA	DOSEG	OPTEREĆENJE
4	400 mm	3 kg



Slika 1.1 SR-3iA SCARA Robot

SCARA roboti obično imaju najefikasniju ponovljivost među svim vrstama robota. Greške koje se dešavaju na X-Y poziciji javljaju se na račun dva J1 i J2 spoja. Drugi tipovi robota imaju tri ili više motora za X-Y pravac. Više od motora, veća je mogućnost grešaka. Odlična ponovljivost je od suštinskog značaja u manjim operacijama montaže gde se toleriše samo nekoliko mikrona. Primeri takvih operacija su umetanje konektora u kolo ili pomeranje igle u malu posudu za doziranje.



Slika 1.2 SR-3iA dimenzije i radni prostor robota

Kada birate robota, faktor brzine je važan faktor, a SCARA roboti su obično jedan od najbržih na tržištu. Sa četiri ose imaju manje fleksibilne spojeve i konfiguriraju se tako da spojevi J1 i J2 kontroliraju kretanje X-Y, dok se spojevi J3 i J4 kreću u pravcu Z i rotacionom kretanju. Ovo pojednostavljuje proračune inverzne kinematike, jer zahteva manje vremena i snage obrade. Kada je vreme ciklusa ključno, razmotrite rešenje SCARA.

Bazna površina je površina na kojoj je instaliran SCARA robot. Obično SCARA roboti imaju manji trag od robota kartezijanskih ili Delta robota sa istim dosegom. SCARA roboti sa većim radnim opsegom imaju veći trag zbog većeg motora i zbog veće baze potrebne za stabilnost.

Kooperativni roboti - FANUC CR

Sa certifikatom o sigurnosti i performansama do 35 kg, CR FANUC CR robotski operateri rade ruku pod ruku sa operaterom kako bi dodali vrednost vašem procesu. Opremljen sensorima sile i obložen u mekani gumeni poklopac, robot serije CR će raditi rame uz rame sa operaterom, bez potrebe za dodatnim sigurnosnim uređajem. Operateri ga mogu voditi, podučavati ili jednostavno odvući na željenu poziciju.

Zamislite svet bez sigurnosnih ograda, svet u kojem ljudi i roboti rade jedan s drugim. U takvom svetu roboti će se pobrinuti za sav naporan rad, omogućavajući ljudima da svoje dragoceno vreme posvete lakšim, složenijim ili zahtevnijim zadacima.

Kod kooperativnih FANUC robota sve je to moguće. Ako se roboti integrišu u postojeća proizvodna okruženja, oni rade direktno sa ljudima i oni postaju važan deo tima. Oni rade zajedno sa ljudima, brinu o dosadnim, ponavljajućim zadacima, mogu podići do 35 kg, štiteći tako ljudsko zdravlje, jer automatizuju čitavu transportnu traku.

Kolaborativni robot CR-4iA

Kratka ruka, kompaktan model sa nosivošću od 4 kg



Slika 1.3 Kolaborativni robot CR-4iA

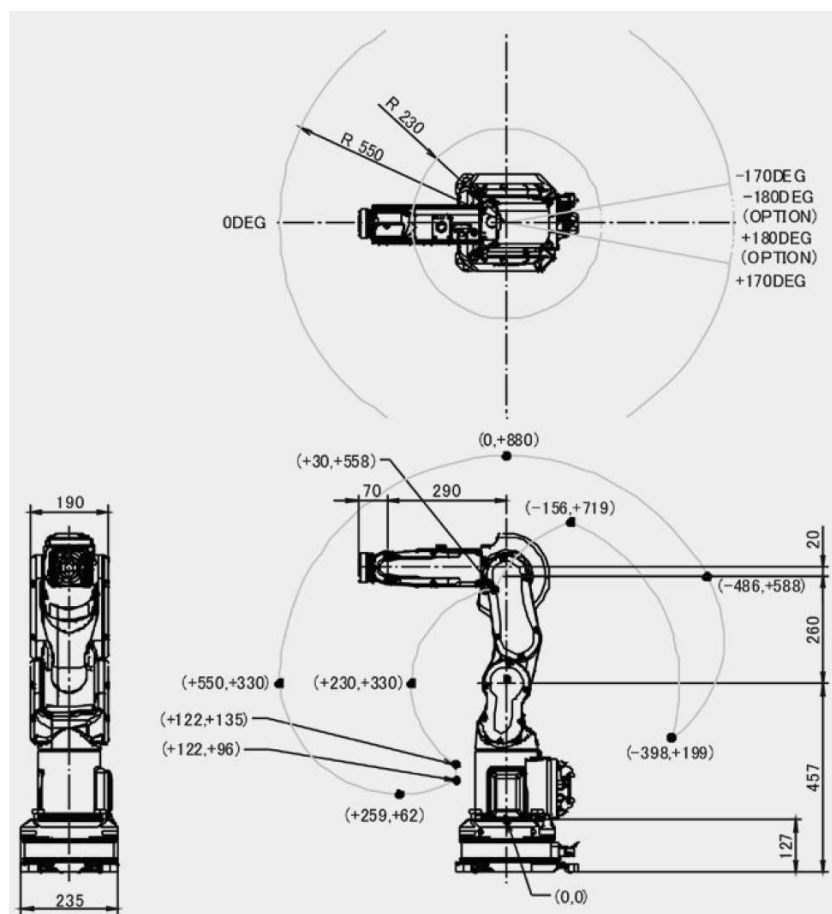
Najmanji robot za saradnju - idealan za uske prostore

Zdravo, ja sam najmanji kolaborativni robot u ponudi. Imam šest ose u ruci, a moje maksimalno opterećenje je 4 kg. Kao i drugi kolaborativni roboti, takođe obavljam lakše zadatke koji su glupi i zahtijevaju značajne ručne veštine. Pošto sam prirodno kompaktan, mogu da obavljam male zadatke u oblastima gde nema mnogo prostora. Možete me staviti na zid ili na drugu stranu, što mi omogućava mnogo različitih poteza, tako da ne ometam radni prostor operatera.

A pošto mogu da preuzmem dosadne zadatke, imat ćete slobodne ruke da se koncentrišete na inteligentne zadatke ili na hitnije stvari. Međutim, takođe možemo da radimo sa ramenima za složenije zadatke koji zahtevaju interaktivniji pristup (npr. Robot isporučuje deo, a operater vrši kontrolu kvaliteta).

Pored toga što sam kompaktan i tanak, takođe mogu blisko saradivati sa ljudima dok radim sa funkcijom sigurnosnog isključivanja. Ova posebna sposobnost povećava dostupnost prostora, što znači veliku uštedu troškova.

BROJ OSA	DOSEG	OPTEREĆENJE
6	550 mm	4 kg



Slika 1.4 CR-4iA dimenzije i radni prostor robota

Kontroler R-30iB Plus

PMC visokih performansi integrisan u kontroler R-30iB Plus može pristupiti čitavoj robotskoj I / O jedinici, omogućavajući jednostavno pojedinačno ili asinhrono praćenje perifernih uređaja bez negativnog uticaja na performanse robota.



Slika 1.5 R-30iB Plus kontroler

Ovaj moćan i samostalan kabinet je odličan izbor za manje robote i posebno je dizajniran za M serije i LR-Mate robote. Ormari se mogu sklopiti zajedno za robotske ćelije sa nekoliko robota.

M-1iA / 0.5A Lagani delta robot

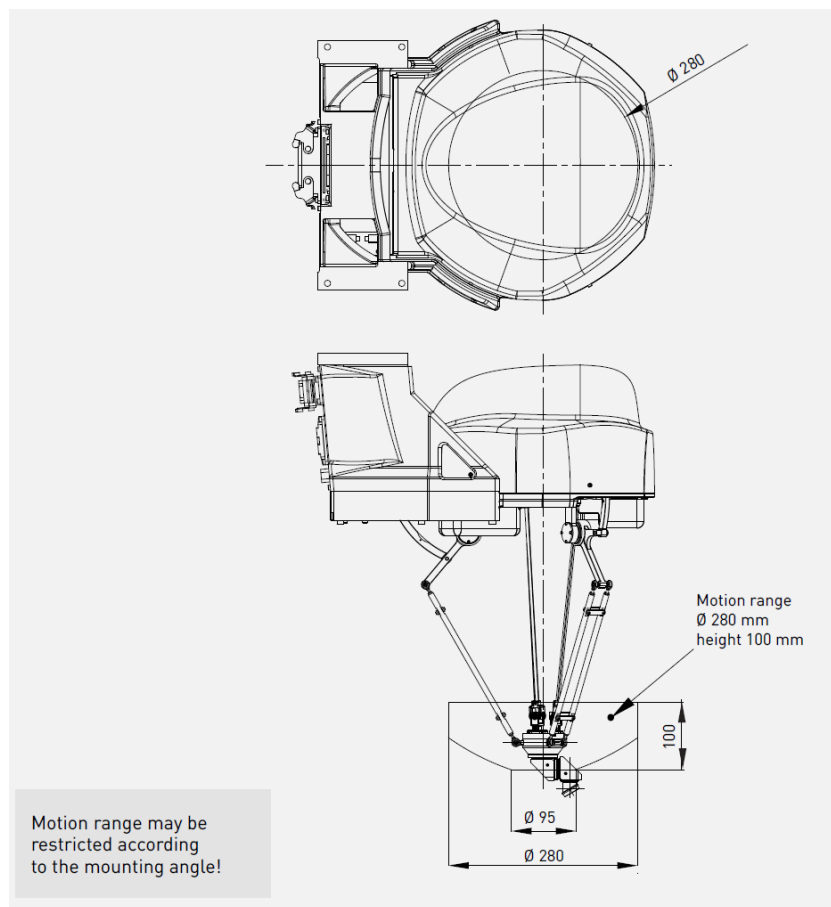
Ovaj robot je izuzetno svestran i robusan, ostvarujući odlične performanse u procedurama montaže za složene komponente. Robot može da radi pod bilo kojim uglom, tako da je to kompletan izbor za aplikacije (kao što su montaža i sakupljanje) koje zahtevaju fleksibilnost i visok nivo ponovljivosti.

BROJ OSA	DOSEG	OPTEREĆENJE
6	280 mm	0.5 kg



Slika 1.6 M-1iA/0.5A delta robot

Sa 6 osovina i u kombinaciji sa patentiranim trouglastim zglobovima FANUC, ovaj model je idealan za prikupljanje ili sastavljanje složenih komponenti pod bilo kojim uglom. Kontroler može da kontroliše do četiri robota, a dodatne konfiguracije se lako postižu.



Slika 1.7 M-1iA/0.5A dimenzije i radni prostor robota

Sa dodatnim opterećenjem od 500 grama, ovaj robot je takođe pogodan za mnoge dodatne aplikacije.

2. Direktan kinematički problem

Određivanje vektora spoljašnjih koordinata s za dati vektor unutrašnjih koordinata q je direktan kinematički problem. U nekim prostijim manipulacionim zadacima direktno se zadaju pomeranja u zglobovima.

Denavit Hartenbergov postupak

Za transformaciju unutrašnjih koordinata u spoljašnje primenjujemo Denavit-Hartenbergovu transformacionu matricu. Navedeni postupak Denavit i Hartenberg publikovali su 1955 god. i zato je i nazvan kao Denavit-Hartenbergovu transformaciona matrica. Suština postupka je to da dva proizvoljna koordinatna sistema se uvek mogu dovesti do preklapanja sa dve rotacije i dve translacije.

Posmatrajmo prost, otvoren kinematički lanac sa n segmenata. Svaki segment se opisuje sa tri parametra:

- dužinom a_i zajedničke normale između osa i -tog i $i+1$ -og zgloba,
- uglom zaokretanja α_i između osa i -tog i $i+1$ -og zgloba u ravni upravnoj na a_i – po pravilu desne ruke
- svaka osa zgloba ima dve normale a_{i-1} i a_i , rastojanje između njih duž ose i -tog zgloba označićemo sa d_i .

Za rešavanje direktnog kinematičkog problema tj. za transformaciju unutrašnjih koordinata u spoljašnje potrebno je odrediti Denavit-Hartenbergovu matricu transformacije (D matrica), u tom cilju na svaki rotacioni zglob segmenta postavimo po jedan pravougli koordinatni sistem i to prema sledećim pravilima:

1.- Koordinatni početak O_i, x_i, y_i, z_i se postavlja u tačku preseka zajedničke normale između ose i -tog i $i+1$ -og zgloba i same ose $i+1$ -og zgloba. U slučaju ako se ose zglobova seku, koordinatni početak O_i, x_i, y_i, z_i se postavlja u tačku preseka osa,

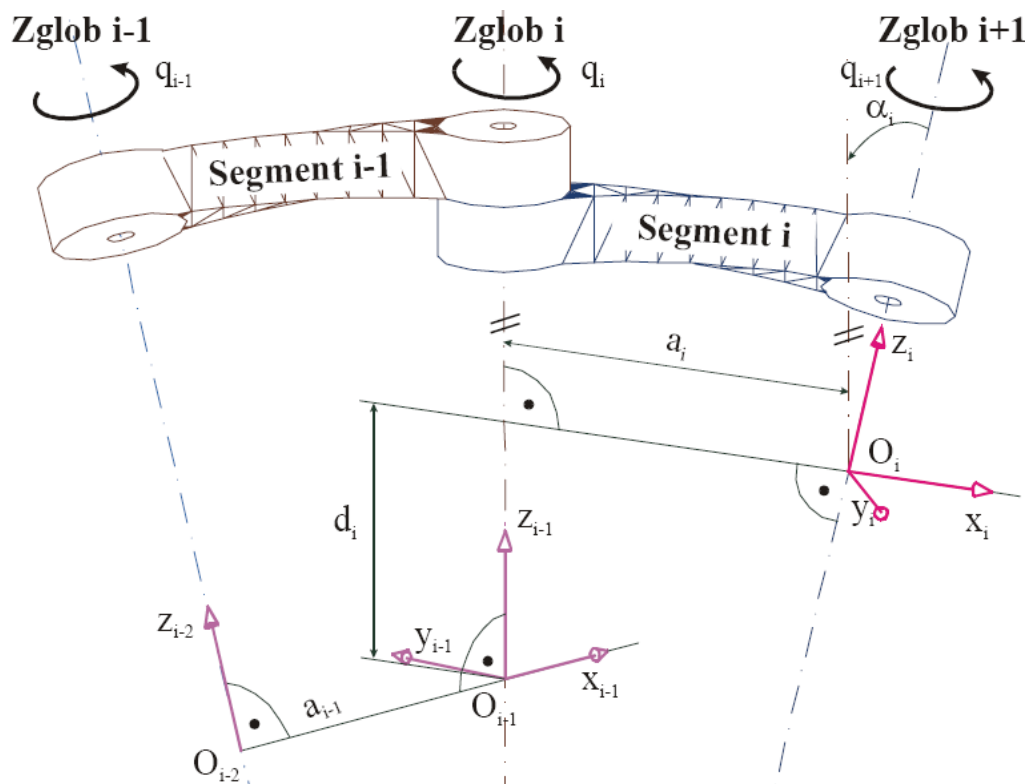
- osa z_i se poklapa sa osom $i+1$ -og zgloba,
- osa x_i se postavlja duž zajedničke normale između osa i -tog i $i+1$ -og zgloba i orijentisana je od i -tog ka $i+1$ -om zglobu.
- osa y_i zadovoljava uslov: $x_i \times y_i = z_i$.

2.- Koordinatni početak $O_{i-1}, x_{i-1}, y_{i-1}, z_{i-1}$ se postavlja u tačku preseka zajedničke normale između osa $i-1$ -og i i -tog zgloba i same ose i -tog zgloba,

- osa z_{i-1} se postavlja u pravcu ose zgloba i ,
- osa x_{i-1} se postavlja duž zajedničke normale između osa $i-1$ -og i i -tog zgloba i orijentisana je od $i-1$ -og ka i -tom zglobu,
- osa y_{i-1} zadovoljava uslov: $x_i \times y_i = z_i$.

Unutrašnja koordinata q_i rotacionog zgloba je ugao između osa x_{i-1} i x_i (pravilo desne ruke), jednaka je nuli kada su ose paralelne ili imaju isti smer. Ugao zakretanja α_i se meri od ose z_{i-1} do z_i , tj. kao ugao zaokretanja oko ose x_i (po pravilu desne ruke).

Veličine α_i , a_i i d_i ($i = 1, 2, \dots, n$) se zovu Denavit-Hartenbergovi kinematički parametri.



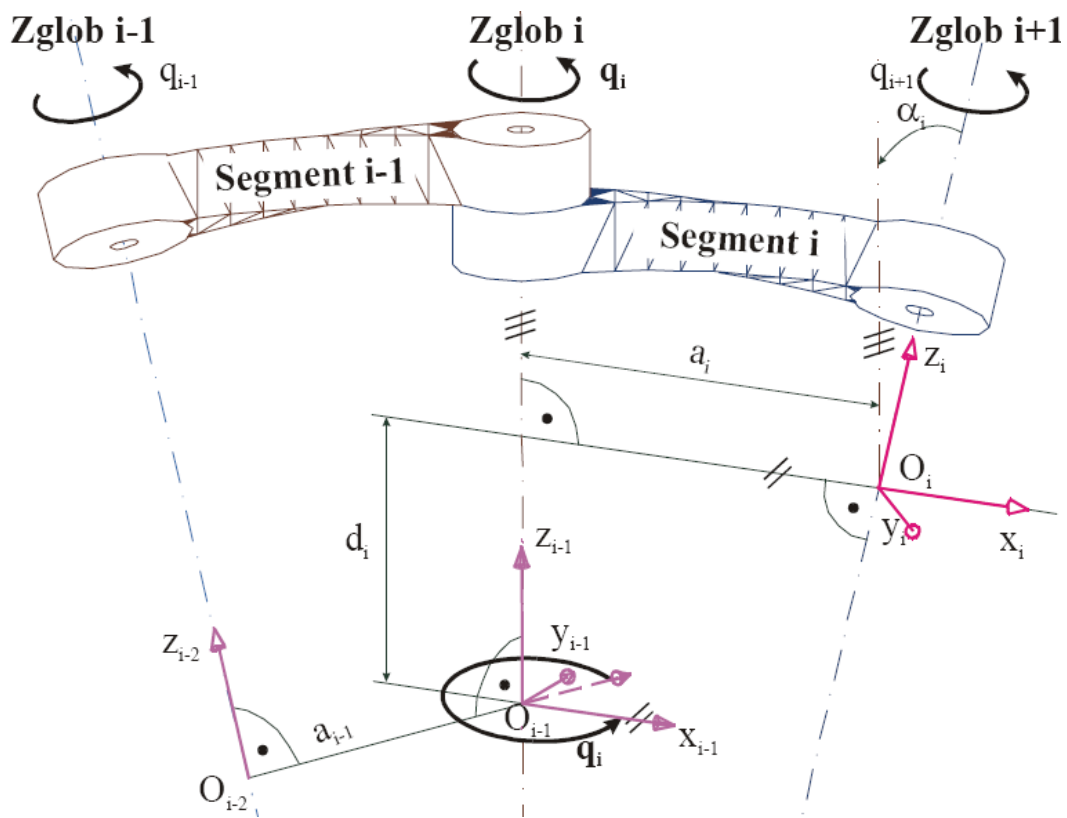
Slika 2.1. Koordinatni sistemi po Denavit-Hartenbergovom postupku

Koordinatni sistem $O_{i-1}x_{i-1}y_{i-1}z_{i-1}$ može sada sa dve translacije i dve rotacije preklopiti sa koordinatnim sistemom $O_ix_iy_iz_i$ i to prema sledećim fazama:

1. Rotacija ose x_{i-1} oko ose z_{i-1} ugao q_i (za translatorni zglob θ_i), sada osa x_{i-1} postaje paralelna sa osom x_i (slika 2.2.).

Ova rotacija se može opisati sa sledećom homogenom matricom transformacije (koja se očitava sa slike 2.2.):

$$D(q_i) = \begin{bmatrix} \cos q_i & -\sin q_i & 0 & 0 \\ \sin q_i & \cos q_i & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

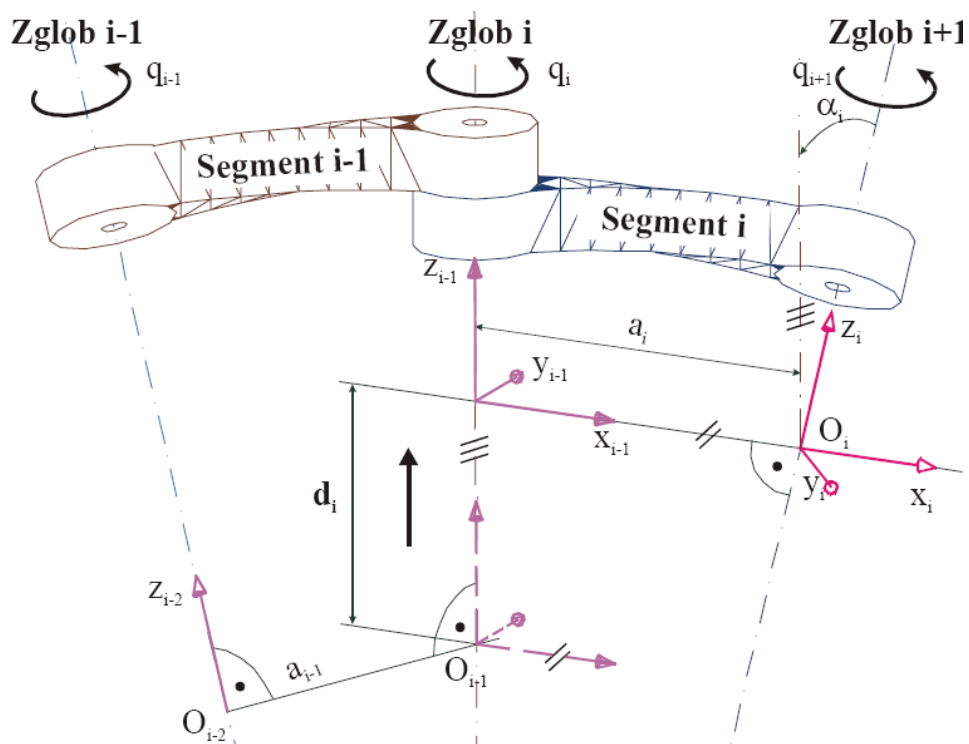


Slika 2.2. Prikaz rotacije koordinatnog sistema $O_{i-1}x_{i-1}y_{i-1}z_{i-1}$ za q_i

2. Translacija za d_i (q_i za translatorsni zglob) duž ose z_{i-1} do preseka osa z_{i-1} i x_i , sada osa x_{i-1} se poklapa sa osom x_i (slika 2.3.).

Ova translacija se može opisati sa sledećom homogenom matricom transformacije (koja se očitava sa slike 2.3.):

$$D(d_i) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & d_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

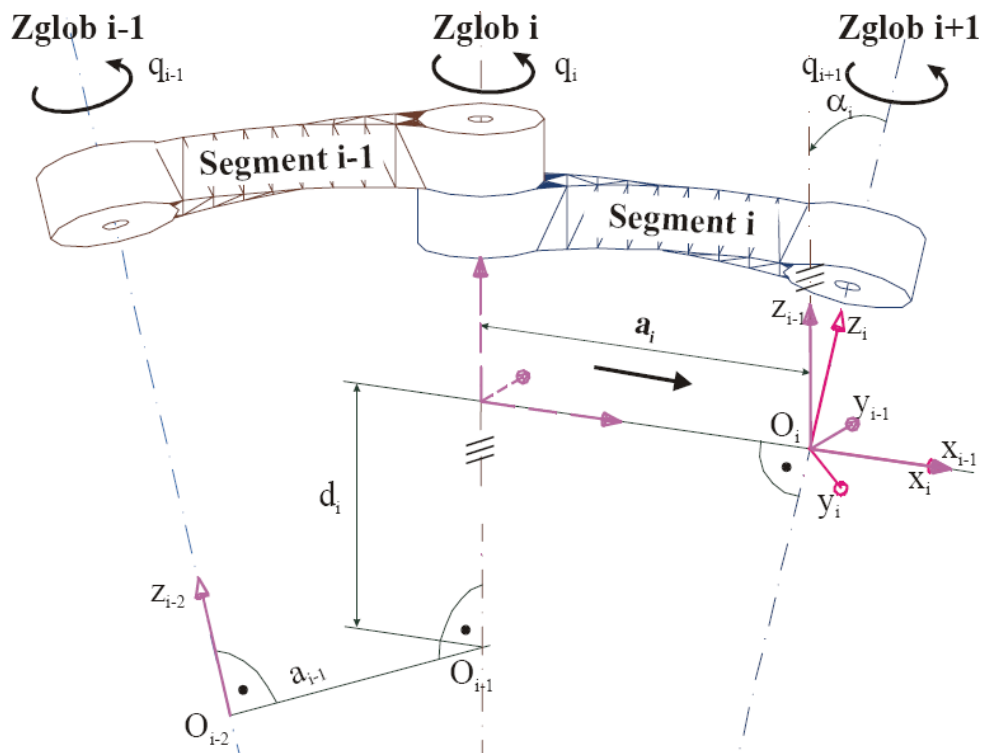


Slika 2.3. Prikaz translacije rotiranog koordinatnog sistema $O_{i-1}x_{i-1}y_{i-1}z_{i-1}$ za d_i

3. Translacija duž ose x_{i-1} za a_i (dolazi do preklapanja početka koordinatnih sistema, slika 2.4.).

Ova translacija se može opisati sa sledećom homogenom matricom transformacije (koja se očitava sa slike 2.4.):

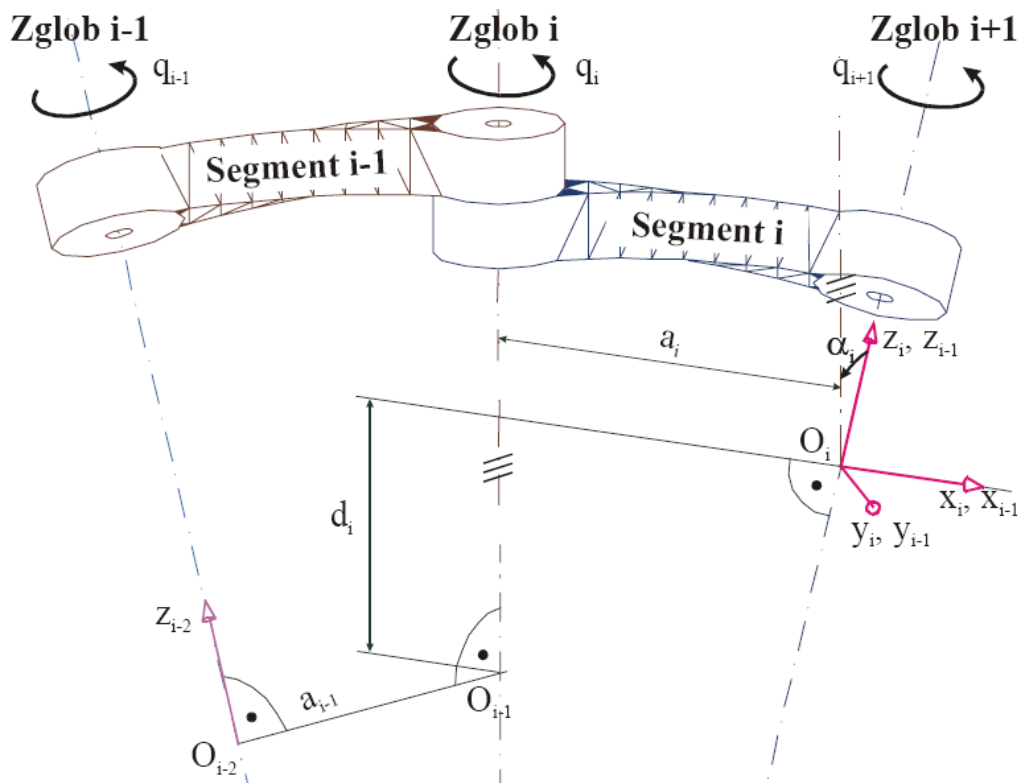
$$D(a_i) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & a_i \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$



Slika 2.4. Prikaz translacije koordinatnog sistema $O_{i-1}x_{i-1}y_{i-1}z_{i-1}$ za a_i

4. Rotacija oko ose x_i za ugao α_i (po pravilu desne ruke), dolazi do preklapanja koordinatnih sistema $O_{i-1}x_{i-1}y_{i-1}z_{i-1}$ i $O_i x_i y_i z_i$ (sl. 2.5.). Ova rotacija se može opisati sledećom homogenom matricom transformacije:

$$D(\alpha_i) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \alpha_i & -\sin \alpha_i & 0 \\ 0 & \sin \alpha_i & \cos \alpha_i & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$



Slika 2.5. Prikaz rotacije koordinatnog sistema za ugao α_i

Gore prikazani niz transformacija i rotacija se može predstaviti kao proizvod sledećih homogenih matrica transformacije D:

$${}^{i-1}\mathbf{D}_i = \mathbf{D}(q_i) \mathbf{D}(d_i) \mathbf{D}(a_i) \mathbf{D}(\alpha_i)$$

Zamenom matrica i množenjem dobijamo Denavit-Hartenbergovu homogenu matricu transformacije između i-tog i i-1-og koordinatnog sistema koji odgovara rotacionom kinematičkom paru:

$${}^{i-1}\mathbf{D}_i = \begin{bmatrix} \cos q_i & -\sin q_i \cos \alpha_i & \sin q_i \sin \alpha_i & a_i \cos q_i \\ \sin q_i & \cos q_i \cos \alpha_i & -\cos q_i \sin \alpha_i & a_i \sin q_i \\ 0 & \sin \alpha_i & \cos \alpha_i & d_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

U slučaju translatorskog kinematičkog para koordinatni sistemi se usvajaju tako da je $a_i = 0$, rastojanje d_i postaje unutrašnja koordinata q_i , a ono što je kod rotacionog zgloba ugao zakretanja q_i sada postaje fiksni parametar označen sa θ_i , tj.:

$$\begin{aligned} a_i &= 0 \\ d_i &= q_i \\ q_i &= \theta_i \end{aligned}$$

Tako da homogena matrica transformacije u slučaju translatorskog kinematičkog para glasi:

$${}^{i-1}\mathbf{D}_i = \begin{bmatrix} \cos \theta_i & -\sin \theta_i \cos \alpha_i & \sin \theta_i \sin \alpha_i & 0 \\ \sin \theta_i & \cos \theta_i \cos \alpha_i & -\cos \theta_i \sin \alpha_i & 0 \\ 0 & \sin \alpha_i & \cos \alpha_i & q_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Kada su poznate D homogene matrice transformacije između susednih segmenata, tada homogena matrica transformacije između nepokretnog koordinatnog sistema (vezanog za bazu manipulacionog robota) i koordinatnog sistema hvataljke (n-tog sistema) se dobija kao proizvod D homogenih matrica transformacije između susednih segmenata:

$${}^0\mathbf{T}_n = {}^0\mathbf{D}_1 {}^1\mathbf{D}_2 {}^2\mathbf{D}_3 \dots {}^{n-2}\mathbf{D}_{n-1} {}^{n-1}\mathbf{D}_n$$

Prve tri kolone homogene matrice transformacije ${}^0\mathbf{T}_n$ predstavljaju matricu rotacije između koordinatnog sistema hvataljke i nepokretnog sistema manipulacionog robota a četvrta kolona matrice ${}^0\mathbf{T}_n$ predstavlja projekciju vektora položaja hvataljke robota u nepokretnom koordinatnom sistemu tj. Dekartove koordinate vrha manipulatora (pošto se koordinatni početak n-tog sistema smešta na vrh hvataljke).

Kada se za dati manipulacioni robot izvrši pridruživanje koordinatnih sistema, odrede Denavit-Hartenberg-ovi parametri α_i , a_i , d_i , ($i = 1, 2, \dots, n$), tada homogene matrice transformacije postaju funkcije samo unutrašnjih koordinata q_i . Ako se za određeni manipulacioni robot izvrši određivanje brojnih vrednosti matrice ${}^0\mathbf{T}_n$ tada je moguće iz prve tri kolone matrice dobiti vrednosti tri (modifikovana) Eulerova ugla, što zajedno sa Dekartovim koordinatama vrha hvataljke čini spoljašnje koordinate manipulacionog robota.

$${}^0\mathbf{T}_n = \begin{bmatrix} & x \\ {}^0\mathbf{R}_n & y \\ & z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Na taj način, kada se odrede Dekartove koordinate vrha hvataljke i tri Eulerova ugla tada je u potpunosti rešen direktan kinematički problem.

Prema tome može se konstatovati da određivanje matrice ${}^0\mathbf{T}_n$ za zadati vektor unutrašnjih koordinata predstavlja, osnovni deo direktnog kinematičkog problema. Određivanje Eulerovih uglova za zadata matricu ${}^0\mathbf{T}_n$ ne zavisi od tipa manipulacionog robota.

Napomena: Kod manipulacionog robota uglovi α_i su obično 0° , 45° , 60° ili 90° , tj. Ose zglobova su ili paralelne ili upravne tako da se analitički oblik elemenata ${}^{i-1}\mathbf{D}_i$ matrica znatno pojednostavljuje.

Određivanje orijentacije hvataljke

Orijentacija hvataljke manipulacionog robota u odnosu na nepokretan koordinatni sistem vezanog za bazu robota vrši se preko tri modifikovana Eulerova ugla ψ , θ , ϕ .

Posmatrajmo dva koordinatna sistema i rotaciju između njih:

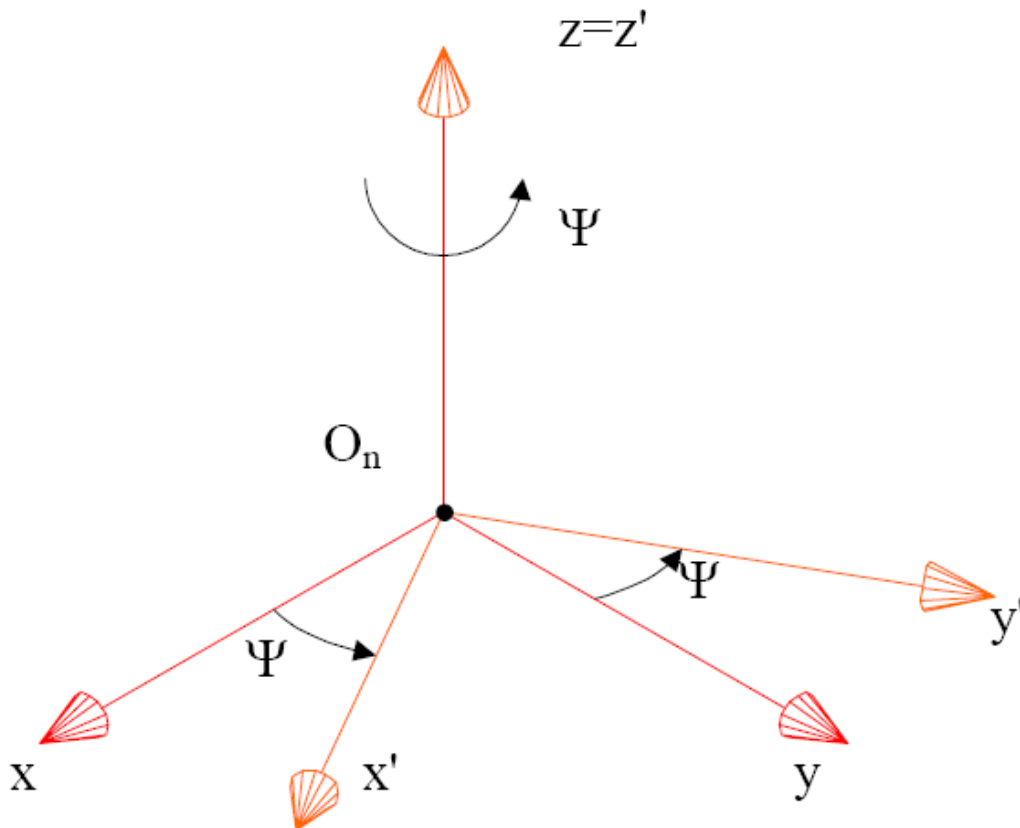
- koordinatni sistem $Ox_0y_0z_0$ je nepokretan i vezan za bazu robota,
- koordinatni sistem O_nxyz je pokretan i pridružen hvataljci robota.

Matrica rotacije 0R_n koja preslikava koordinate iz sistema O_nxyz u sistem $Ox_0y_0z_0$ je oblika:

$${}^0R_n = \begin{bmatrix} e_{1x} & e_{2x} & e_{3x} \\ e_{1y} & e_{2y} & e_{3y} \\ e_{1z} & e_{2z} & e_{3z} \end{bmatrix}$$

Rotacija koordinatnog sistema O_nxyz u odnosu na sistem $Ox_0y_0z_0$ se može prikazati sa sledećim nizom rotacija (3 rotacije):

1. Rotacija koordinatnog sistema O_nxyz za ugao skretanja ψ oko ose z (slika 2.6):

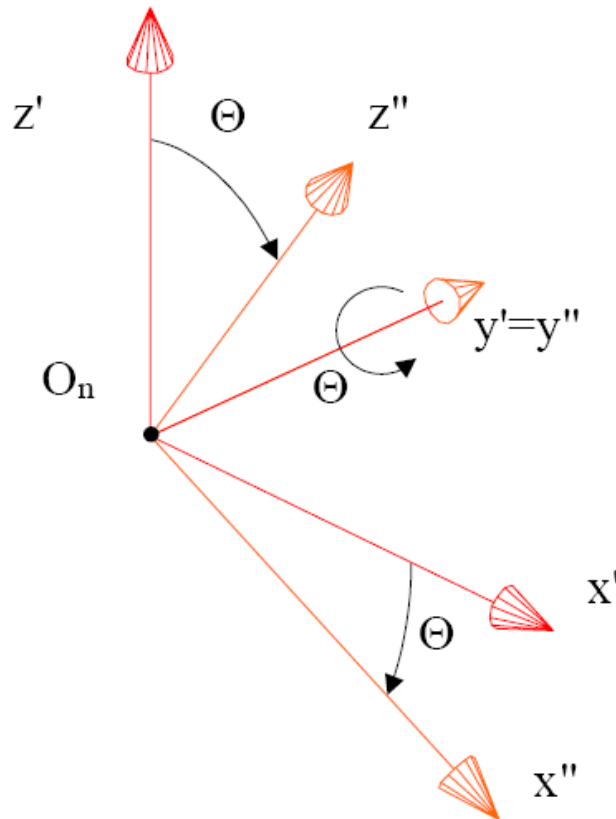


Slika 2.6. Rotacija pokretnog koordinatnog sistema za ugao skretanja ψ

Ovoj rotaciji odgovara sledeća matrica rotacije $R(\psi)$ (direktno se očitava sa slike 2.6.):

$$\mathbf{R}(\psi) = \begin{bmatrix} \cos \psi & -\sin \psi & 0 \\ \sin \psi & \cos \psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

2. Rotacija pokretnog koordinatnog sistema $O_n x' y' z'$ za ugao propinjanja θ oko ose y' (slika 2.7).

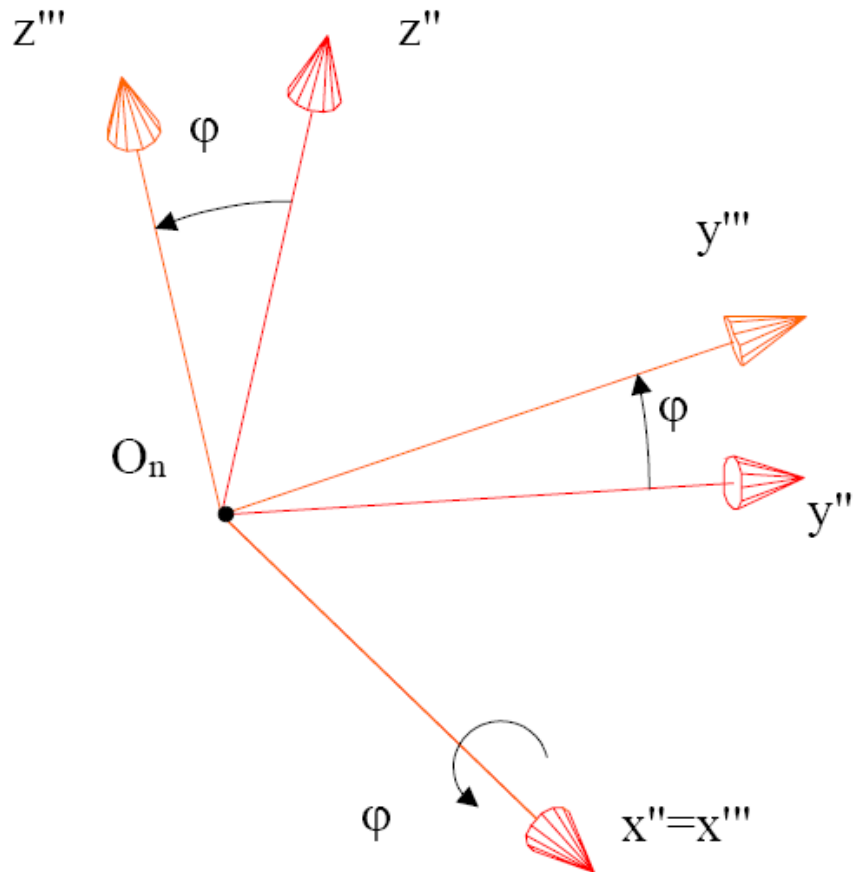


Slika 2.7. Rotacija pokretnog koordinatnog sistema za ugao propinjanja θ

Ovoj rotaciji odgovara sledeća matrica rotacije $\mathbf{R}(\theta)$:

$$\mathbf{R}(\theta) = \begin{bmatrix} \cos \theta & 0 & \sin \theta \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \theta & 0 & \cos \theta \end{bmatrix}$$

3. Rotacija pokretnog koordinatnog sistema $O_n x'' y'' z''$ za ugao valjanja ϕ oko ose x'' (slika 2.8.):



Slika 2.8. Rotacija pokretnog koordinatnog sistema za ugao valjanja ϕ

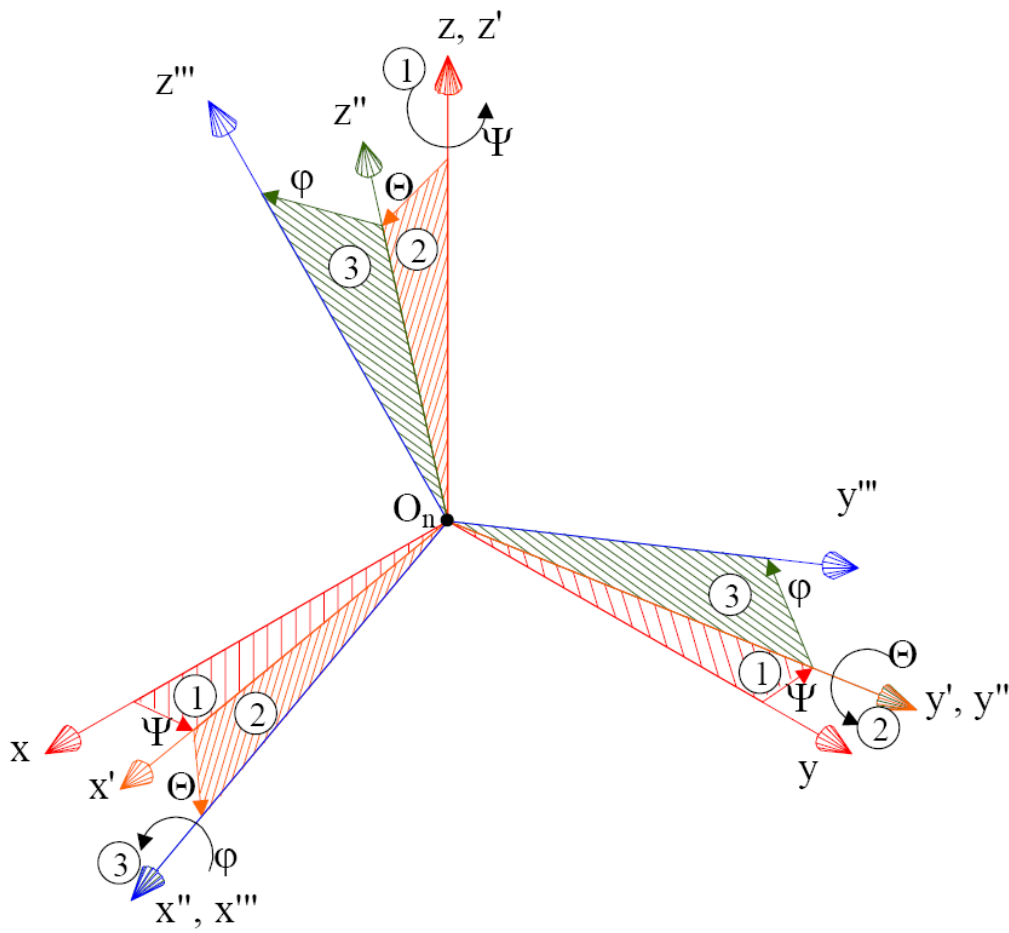
Ovoj rotaciji odgovara sledeća matrica rotacije $\mathbf{R}(\phi)$:

$$\mathbf{R}(\phi) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \phi & -\sin \phi \\ 0 & \sin \phi & \cos \phi \end{bmatrix}$$

Sve tri rotacije zajedno su date na slici 2.9.

Navedeni niz rotacija (1), (2) i (3) odgovara sledećem proizvodu matrica transformacija:

$${}^o\mathbf{R}_n = \mathbf{R}(\psi)\mathbf{R}(\theta)\mathbf{R}(\phi)$$



Slika 2.9. Modifikovani Eulerovi uglovi

Zamenom matrica rotacije u matricu 0R_n sledi:

$${}^0R_n = \begin{bmatrix} \cos \psi & -\sin \psi & 0 \\ \sin \psi & \cos \psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \theta & 0 & \sin \theta \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \theta & 0 & \cos \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \varphi & -\sin \varphi \\ 0 & \sin \varphi & \cos \varphi \end{bmatrix}$$

$${}^0R_n = \begin{bmatrix} \cos \psi \cos \theta & \cos \psi \sin \theta \sin \varphi - \sin \psi \cos \varphi & \cos \psi \sin \theta \cos \varphi + \sin \psi \sin \varphi \\ \sin \psi \cos \theta & \sin \psi \sin \theta \sin \varphi + \cos \psi \cos \varphi & \sin \psi \sin \theta \cos \varphi - \cos \psi \sin \varphi \\ -\sin \theta & \cos \theta \sin \varphi & \cos \theta \cos \varphi \end{bmatrix}$$

Izjednačavanjem izraza sledi:

$$\begin{bmatrix} e_{1x} & e_{2x} & e_{3x} \\ e_{1y} & e_{2y} & e_{3y} \\ e_{1z} & e_{2z} & e_{3z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \psi \cos \theta & \cos \psi \sin \theta \sin \varphi - \sin \psi \cos \varphi & \cos \psi \sin \theta \cos \varphi + \sin \psi \sin \varphi \\ \sin \psi \cos \theta & \sin \psi \sin \theta \sin \varphi + \cos \psi \cos \varphi & \sin \psi \sin \theta \cos \varphi - \cos \psi \sin \varphi \\ -\sin \theta & \cos \theta \sin \varphi & \cos \theta \cos \varphi \end{bmatrix}$$

Izjednačavanjem pojedinih vrednosti elemenata matrica dobijamo:

$$\begin{aligned} e_{1x} &= \cos\psi\cos\theta \\ e_{1y} &= \sin\psi\cos\theta \\ e_{1z} &= -\sin\theta \\ e_{2x} &= \cos\psi\sin\theta\sin\varphi - \sin\psi\cos\varphi \\ e_{2y} &= \sin\psi\sin\theta\sin\varphi + \cos\psi\cos\varphi \\ e_{2z} &= \cos\theta\sin\varphi \\ e_{3x} &= \cos\psi\sin\theta\cos\varphi + \sin\psi\sin\varphi \\ e_{3y} &= \sin\psi\sin\theta\cos\varphi - \cos\psi\sin\varphi \\ e_{3z} &= \cos\theta\cos\varphi \end{aligned}$$

Dobili smo sistem od 9 jednačina sa tri nepoznate ψ , θ i φ , ove jednačine nisu nezavisne jer je matrica 0R_n ortogonalna. Uglove ψ , θ i φ možemo da odredimo na sledeći način:

a.) Množenjem obe strane jednačine sa $\sin\psi$ i sa $\cos\psi$ i oduzimanjem dobijamo:

$$e_{1x}\sin\psi - e_{1y}\cos\psi = 0$$

i odavde sledi ugao ψ :

$$\psi = \operatorname{arctg} \frac{e_{1y}}{e_{1x}} + 2k\pi$$

b.) Ugao θ se može izračunati množenjem sa $\cos\psi$ i sa $\sin\psi$ i sabiranjem ovih izraza:

$$\begin{aligned} e_{1x}\cos\psi + e_{1y}\sin\psi &= \cos\theta \\ \theta &= \operatorname{arctg} \left[\frac{-e_{1z}}{e_{1x}\cos\psi + e_{1y}\sin\psi} \right] + 2k\pi \end{aligned}$$

c.) Množenjem relacije sa $\cos\psi$ i sa $\sin\psi$ i oduzimanjem sledi:

$$\begin{aligned} e_{2z}\cos\varphi - e_{3z}\sin\varphi &= 0 \\ \varphi &= \operatorname{arctg} \frac{e_{2z}}{e_{3z}} + 2k\pi \end{aligned}$$

Postoji više načina za određivanje uglova ψ , θ i φ . Pri određivanju ovih uglova mogu nastati problemi ako su veličine u imeniocima relacija (1.40), (1.42) i (1.44) male, što se može prevazići korišćenjem posebne računarske funkcije. Jedini singularan slučaj nastaje kada je $\theta = \pm \pi/2$, odnosno: $e_{1x} = e_{1y} = e_{2z} = e_{3z} = 0$. U tom slučaju uglovi skretanja i valjanja odgovaraju istoj rotaciji i određen je samo njihov

zbir ili razlika. Tada relacija ne daje rešenje za ψ , tako da se ψ može birati proizvoljno. Pošto je ψ izabrano ugao ϕ se određuje prema relacijama:

$$\phi = \operatorname{arctg} \frac{-e_{2x}}{e_{2y}} - \psi + 2k\pi \quad \text{za } \theta = -k\pi/2$$

$$\phi = \operatorname{arctg} \frac{e_{2x}}{e_{2y}} + \psi + 2k\pi \quad \text{za } \theta = k\pi/2$$

Određivanje vrednosti k u relacijama vrši se tako da se usvaja princip minimalne promene spoljašnjih koordinata u dve susedne tačke u kojima se rešava direktan problem, jer kontinualnom kretanju manipulacionog robota mora odgovarati kontinualna promena spoljašnjih koordinata.

Izračunavanjem uglova ψ , θ i ϕ prema relacijama određena je orijentacija hvataljke manipulacionog robota.

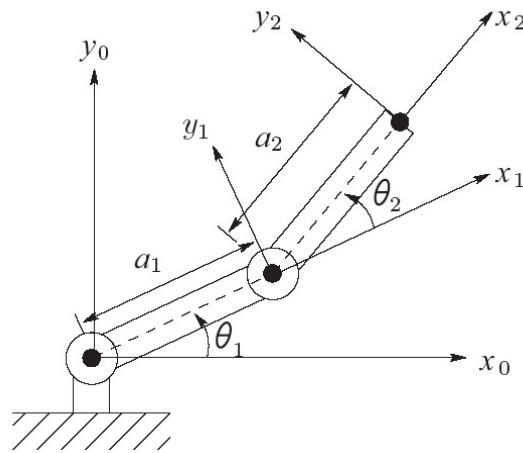
Određivanjem:

- Dekartovih koordinata vrha hvataljke robota (pozicioniranje) i
- Tri modifikovana Eulerova ugla (orijentacija)

u potpunosti je rešen direktan kinematički problem.

Planarni manipulator

Odrediti DH parametre i napisati matricu direktne kinematike za planarni manipulator sa sledeće slike.



Slika 2.10. Planarni manipulator sa dva segmenta

Rešenje:

Denavit Hartenbergovi parametri su dati u sledećoj tabeli:

Segmenti	Θ_i	α_i	a_i	d_i	$\cos\alpha_i$	$\sin\alpha_i$
1	q_1	0	a_1	0	1	0
2	q_2	0	a_2	0	1	0

Matrice homogene transformacije između pojedinih zglobova su:

$${}^0T_1 = \begin{bmatrix} C_1 & -S_1 & 0 & a_1 C_1 \\ S_1 & C_1 & 0 & a_1 S_1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$${}^1T_2 = \begin{bmatrix} C_2 & -S_2 & 0 & a_2 C_2 \\ S_2 & C_2 & 0 & a_2 S_2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Gde su uvedene sledeće oznake:

$$C_1 = \cos q_1 \quad S_1 = \sin q_1$$

$$C_2 = \cos q_2 \quad S_2 = \sin q_2$$

Matrice homogene transformacije između koordinatnog sistema hvataljke i nepokretnog sistema dobijamo množenjem matrica transformacije prema relaciji:

$${}^0T_2 = {}^0T_1 * {}^1T_2$$

Odnosno:

$${}^0T_2 = \begin{bmatrix} C_1C_2 - S_1S_2 & -C_1S_2 - S_2C_2 & 0 & a_2(C_1C_2 - S_1S_2) + a_1C_1 \\ S_1C_2 - C_1S_2 & -S_1S_2 + C_1C_2 & 0 & a_2(S_1C_2 + C_1S_2) + a_1S_1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Odnosno ako uvedemo smenu:

$$S_{12} = \sin(q_1 + q_2) = S_1C_2 + C_1S_2$$

$$C_{12} = \cos(q_1 + q_2) = C_1C_2 - S_1S_2$$

Važi:

$${}^0T_2 = \begin{bmatrix} C_{12} & -S_{12} & 0 & a_1C_1 + a_2C_{12} \\ S_{12} & C_{12} & 0 & a_1S_1 + a_2S_{12} \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

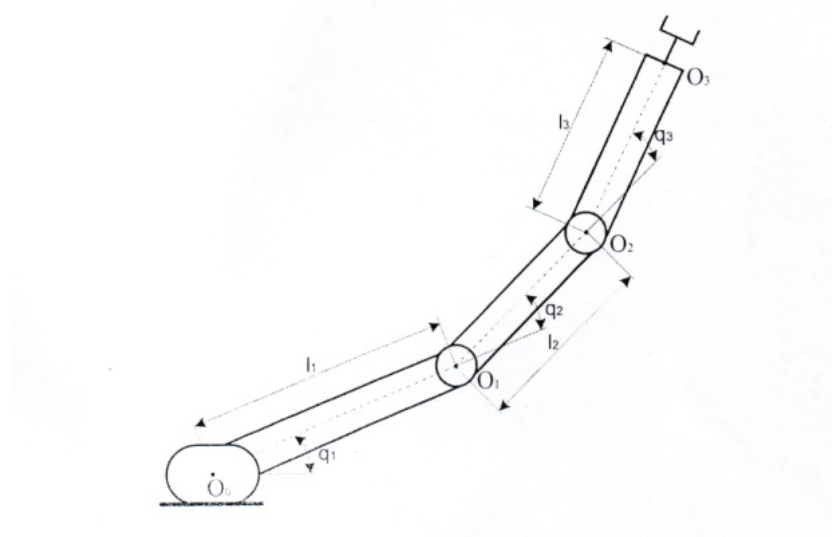
Primećujemo da to dobijamo i direktno preslikavanjem koordinatnog sistema $O_2x_2y_2z_2$ na $O_0x_0y_0z_0$, odnosno važi za položaj hvataljke :

$$x = a_1C_1 + a_2C_{12}$$

$$y = a_1S_1 + a_2S_{12}$$

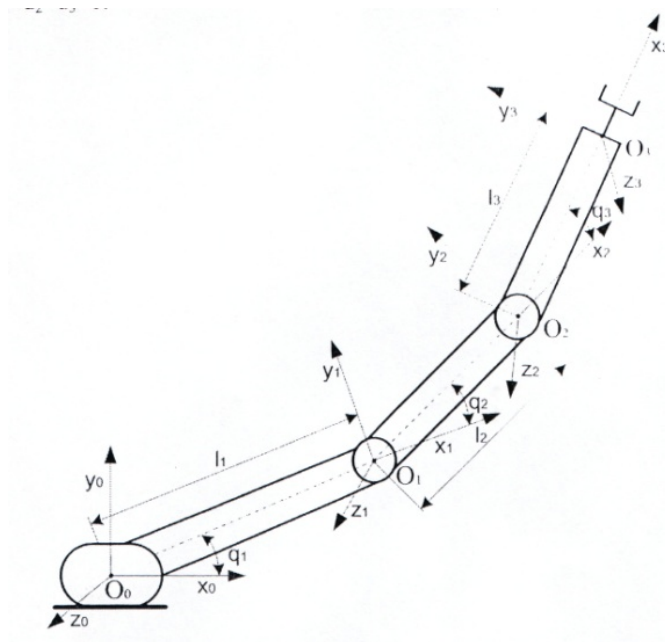
Planarni manipulator sa tri stepena slobode

Odrediti DH parametre i napisati matricu direktne kinematike za planarni manipulator sa sledeće slike.



Slika 2.11. Planarni manipulator sa tri segmenta

Rešenje:



Slika 2.12. Planarni manipulator sa tri segmenta i koordinatnim sistemima

Denavit Hartenbergovi parametri su dati u sledećoj tablici:

Segmenti	Θ_i	α_i	a_i	d_i	$\cos\alpha_i$	$\sin\alpha_i$
1	q_1	0	l_1	0	1	0
2	q_2	0	l_2	0	1	0
3	q_3	0	l_3	0	1	0

Matrice homogene transformacije između pojedinih zglobova su:

$${}^0T_1 = \begin{bmatrix} C_1 & -S_1 & 0 & l_1 C_1 \\ S_1 & C_1 & 0 & l_1 S_1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$${}^1T_2 = \begin{bmatrix} C_2 & -S_2 & 0 & l_2 C_2 \\ S_2 & C_2 & 0 & l_2 S_2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$${}^2T_3 = \begin{bmatrix} C_3 & -S_3 & 0 & l_3 C_3 \\ S_3 & C_3 & 0 & l_3 S_3 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Gde su uvedene sledeće oznake:

$$C_1 = \cos q_1 \qquad S_1 = \sin q_1$$

$$C_2 = \cos q_2 \qquad S_2 = \sin q_2$$

$$C_3 = \cos q_3 \qquad S_3 = \sin q_3$$

Matrice homogene transformacije između koordinatnog sistema hvataljke i nepokretnog sistema dobijamo množenjem matrica transformacije prema relaciji:

$${}^0T_3 = {}^0T_1 * ({}^1T_2 * {}^2T_3)$$

Odnosno:

$${}^1T_3 = \begin{bmatrix} C_2C_3 - S_2S_3 & -C_2S_3 - S_3C_3 & 0 & l_3(C_2C_3 - S_2S_3) + l_2C_2 \\ S_2C_3 - C_2S_3 & -S_2S_3 + C_2C_3 & 0 & l_3(S_2C_3 + C_2S_3) + l_2S_2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Odnosno ako uvedemo smenu:

$$S_{23} = \sin(q_2 + q_3) = S_2C_3 + C_2S_3$$

$$C_{23} = \cos(q_2 + q_3) = C_2C_3 - S_2S_3$$

Važi:

$${}^1T_3 = \begin{bmatrix} C_{23} & -S_{23} & 0 & l_2C_2 + l_3C_{23} \\ S_{23} & C_{23} & 0 & l_2S_2 + l_3S_{23} \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Primećujemo da to dobijamo i direktno preslikavanjem koordinatnog sistema $O_3x_3y_3z_3$ na $O_0x_0y_0z_0$, odnosno važi za položaj hvataljke :

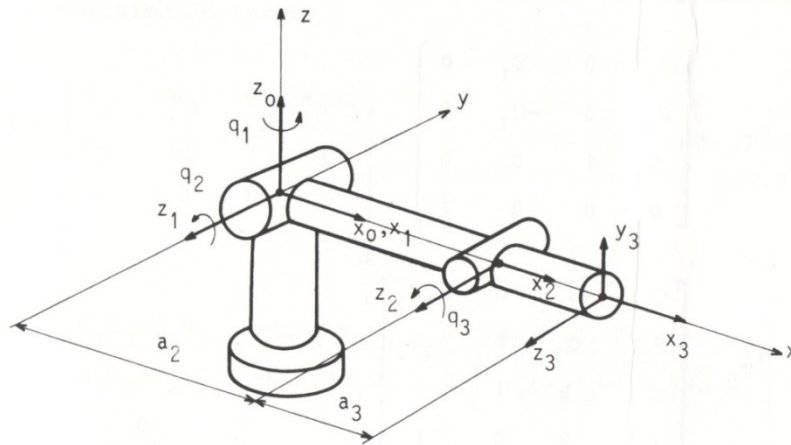
$${}^0T_3 = \begin{bmatrix} C_{123} & -S_{123} & 0 & l_1C_1 + l_2C_{12} + l_3C_{123} \\ S_{123} & C_{123} & 0 & l_1S_1 + l_2S_{12} + l_3S_{123} \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$x = l_1C_1 + l_2C_{12} + l_3C_{123}$$

$$y = l_1S_1 + l_2S_{12} + l_3S_{123}$$

RRR struktura

Odrediti DH parametre za osnovnu konfiguraciju manipulatora sa tri stepena slobode, prikazanoj na sledećoj slici:



Slika 2.13. Manipulator sa tri stepena slobode

Rešenje:

Denavit Hartenbergovi parametri su dati u sledećoj tablici:

Segmenti	Θ_i	α_i	a_i	d_i	$\cos\alpha_i$	$\sin\alpha_i$
1	q_1	90°	0	0	0	1
2	q_2	0	a_2	0	1	0
3	q_3	0	a_3	0	1	0

Matrice homogene transformacije između pojedinih zglobova su:

$${}^0T_1 = \begin{bmatrix} C_1 & 0 & S_1 & 0 \\ S_1 & 0 & -C_1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Na isti način dobijamo i ostale matrice

$${}^1T_2 = \begin{bmatrix} C_2 & -S_2 & 0 & a_2C_2 \\ S_2 & C_2 & 0 & a_2S_2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$${}^2T_3 = \begin{bmatrix} C_3 & -S_3 & 0 & a_3C_3 \\ S_3 & C_3 & 0 & a_3S_3 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Matrice homogene transformacije između koordinatnog sistema hvataljke i nepokretnog sistema dobijamo množenjem matrica transformacije prema relaciji:

$${}^0T_3 = {}^0T_1 * ({}^1T_2 * {}^2T_3)$$

Odnosno:

$${}^1T_3 = {}^1T_2 * {}^2T_3 = \begin{bmatrix} C_2C_3 - S_2S_3 & -C_2S_3 - S_2C_3 & 0 & a_3(C_2C_3 - S_2S_3) + a_2C_2 \\ S_2C_3 + C_2S_3 & -S_2S_3 + C_2C_3 & 0 & a_3(S_2C_3 + C_2S_3) + a_2S_2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Odnosno ako uvedemo smenu:

$$S_{23} = \sin(q_2 + q_3) = S_2C_3 + C_2S_3$$

$$C_{23} = \cos(q_2 + q_3) = C_2C_3 - S_2S_3$$

Važi:

$${}^1T_3 = \begin{bmatrix} C_{23} & -S_{23} & 0 & a_3C_{23} + a_2C_2 \\ S_{23} & C_{23} & 0 & a_3S_{23} + a_2S_2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Na kraju dolazimo do rešenja:

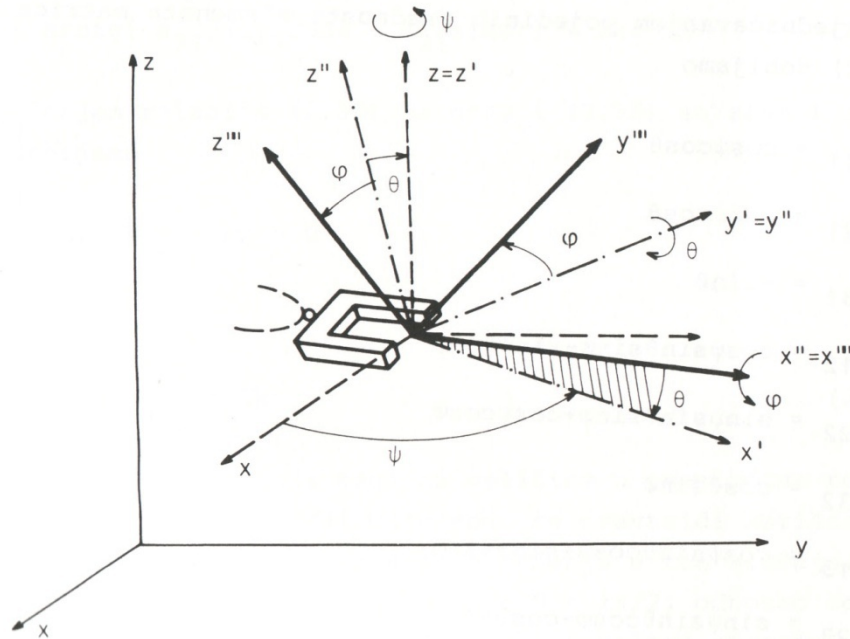
$${}^0T_3 = \begin{bmatrix} C_1C_{23} & -C_1S_{23} & S_1 & C_1(a_3C_{23} + a_2C_2) \\ S_1C_{23} & -S_1S_{23} & -C_1 & S_1(a_3S_{23} + a_2S_2) \\ S_{23} & C_{23} & 0 & a_3S_{23} + a_2S_2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Matrica 0T_3 opisuje položaj koordinatnog sistema hvataljke „3“ u sistemu „0“ u zavisnosti od unutrašnjih koordinata q_1, q_2, q_3 . Gornja leva podmatrica opisuje rotaciju (Euler-ovi uglovi) a četvrta kolona predstavlja koordinate vrha manipulatora u odnosu na nepokretni sistem.

$${}^0T_3 = \begin{bmatrix} & & x \\ & {}^0A_3 & y \\ & & z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Orijentacija hvataljke:

Opisivanje orijentacije hvataljke u odnosu na nepokretni koordinatni sistem u bazi manipulatora uz pomoć tri spoljašnje koordinate se najčešće vrši preko tri Euler-ova ugla skretanja, propinjanja i valjanja.



Slika 2.14. Orijehtacija hvataljke

Rotacija sistema $O_n x_n y_n z_n$ u odnosu na sistem $Oxyz$ se može opisati sledećim nizom rotacija: rotacija za ψ oko z ose (skretanje), zatim rotacija θ oko nove y ose (propinjanje), i rotacija za ϕ oko nove x ose (valjanje). Ovaj niz rotacije odgovara sledećem proizvodu matrica transformacija.

$${}^0A_n = \begin{bmatrix} \cos \psi & -\sin \psi & 0 \\ \sin \psi & \cos \psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \theta & 0 & \sin \theta \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \theta & 0 & \cos \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \phi & -\sin \phi \\ 0 & \sin \phi & \cos \phi \end{bmatrix}$$

$${}^0A_n = \begin{bmatrix} \cos \psi \cos \theta & \cos \psi \sin \theta \sin \phi - \sin \psi \cos \phi & \cos \psi \sin \theta \cos \phi + \sin \psi \sin \phi \\ \sin \psi \cos \theta & \sin \psi \sin \theta \sin \phi + \cos \psi \cos \phi & \sin \psi \sin \theta \cos \phi + \cos \psi \sin \phi \\ -\sin \theta & \cos \theta \sin \phi & \cos \theta \cos \phi \end{bmatrix}$$

Izjednačavanjem pojedinih vrednosti elemenata matrica dobijamo:

$$\begin{aligned}
a_{11} &= \cos \psi \cos \theta \\
a_{21} &= \sin \psi \cos \theta \\
a_{31} &= -\sin \theta \\
a_{12} &= \cos \psi \sin \theta \sin \varphi - \sin \psi \cos \varphi \\
a_{22} &= \sin \psi \sin \theta \sin \varphi + \cos \psi \cos \varphi \\
a_{32} &= \cos \theta \sin \varphi \\
a_{13} &= \cos \psi \sin \theta \cos \varphi + \sin \psi \sin \varphi \\
a_{23} &= \sin \psi \sin \theta \cos \varphi + \cos \psi \sin \varphi \\
a_{33} &= \cos \theta \cos \varphi
\end{aligned}$$

Kao što vidimo, ovo je sistem od devet jednačina sa tri nepoznate. Određivanje uglova može da se izvrši na sledeći način.

$$\psi = \operatorname{arctg} \frac{a_{21}}{a_{11}} + k\pi$$

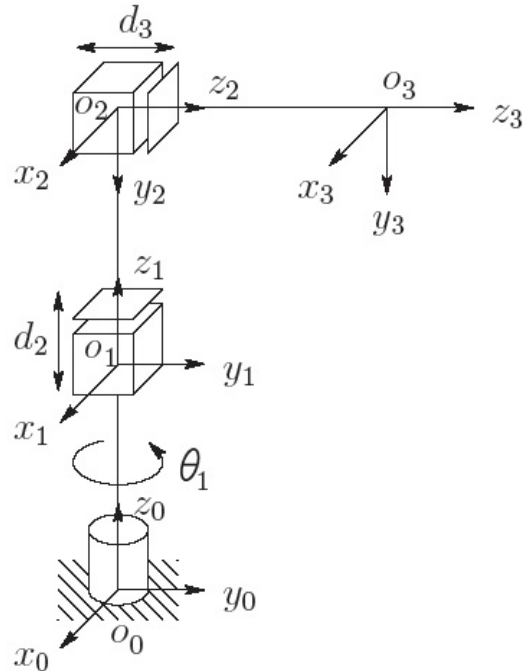
$$\theta = \operatorname{arctg} \frac{-a_{31}}{a_{11} \cos \psi + a_{21} \sin \psi} + 2k\pi$$

$$\varphi = \operatorname{arctg} \frac{a_{32}}{a_{33}} + 2k\pi$$

Pošto je određena matrica 0T_n za zadate vrednosti unutrašnjih koordinata, a zatim i vrednosti Euler-ovih uglova, direktan kinematički problem je u potpunosti rešen.

RTT struktura

Odrediti DH parametre i napisati homogenu transformacionu matricu za osnovnu konfiguraciju manipulatora sa tri stepena slobode, prikazanog na sledećoj slici:



Slika 2.15. Manipulator sa tri stepena slobode

Rešenje:

Denavit Hartenbergovi parametri su dati u sledećoj tablici:

link	a_i	α_i	d_i	q_i
1	0	0	d_1	q_1
2	0	-90	d_2	0
3	0	0	d_3	0

$$A_1 = \begin{bmatrix} c_1 & -s_1 & 0 & 0 \\ s_1 & c_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & d_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix},$$

$$A_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & d_2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix},$$

$$A_3 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & d_3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Matrice homogene transformacije između koordinatnog sistema hvataljke i nepokretnog sistema dobijamo množenjem matrica transformacije prema relaciji:

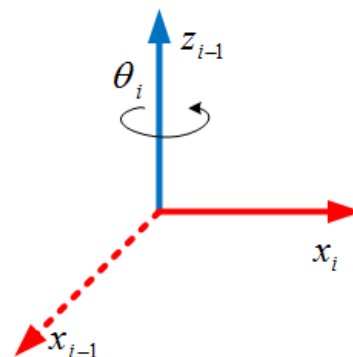
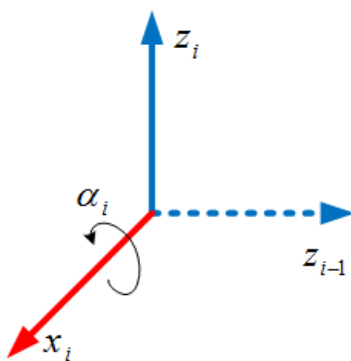
$$T_3^0 = A_1 A_2 A_3$$

Odnosno

$$T_3^0 = A_1 A_2 A_3 = \begin{bmatrix} c_1 & 0 & -s_1 & -s_1 d_3 \\ s_1 & 0 & c_1 & c_1 d_3 \\ 0 & -1 & 0 & d_1 + d_2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

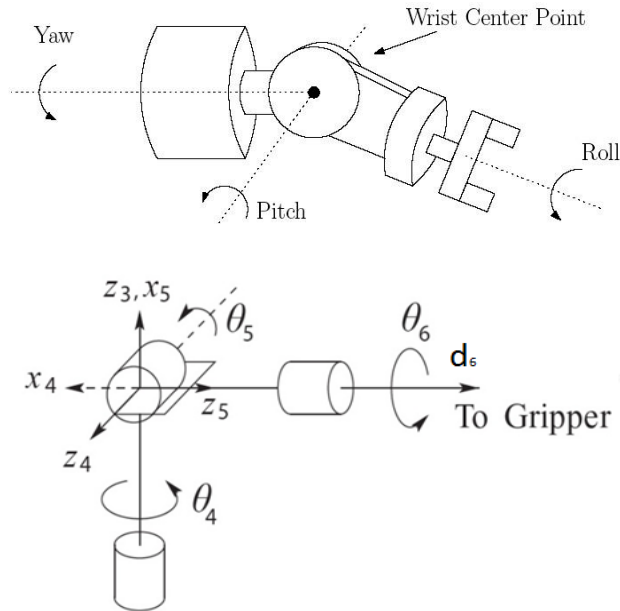
Napomena:

Pozitivni smer za alpha i theta uglove



Sferični zglob

Odrediti DH parametre i napisati homogenu transformacionu matricu za osnovnu konfiguraciju sferičnog zgloba, prikazanoj na sledećoj slici:



Slika 2.16. Cilindrični zglob

Rešenje:

Denavit Hartenbergovi parametri su dati u sledećoj tablici:

link	a_i	α_i	d_i	q_i
4	0	-90	0	q_4
5	0	90	0	q_5
6	0	0	d_6	q_6

$$A_4 = \begin{bmatrix} c_4 & 0 & -s_4 & 0 \\ s_4 & 0 & c_4 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix},$$

$$A_5 = \begin{bmatrix} c_5 & 0 & s_5 & 0 \\ s_5 & 0 & -c_5 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix},$$

$$A_6 = \begin{bmatrix} c_6 & -s_6 & 0 & 0 \\ s_6 & c_6 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & d_6 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Matrice homogene transformacije između koordinatnog sistema hvataljke i nepokretnog sistema dobijamo množenjem matrica transformacije prema relaciji:

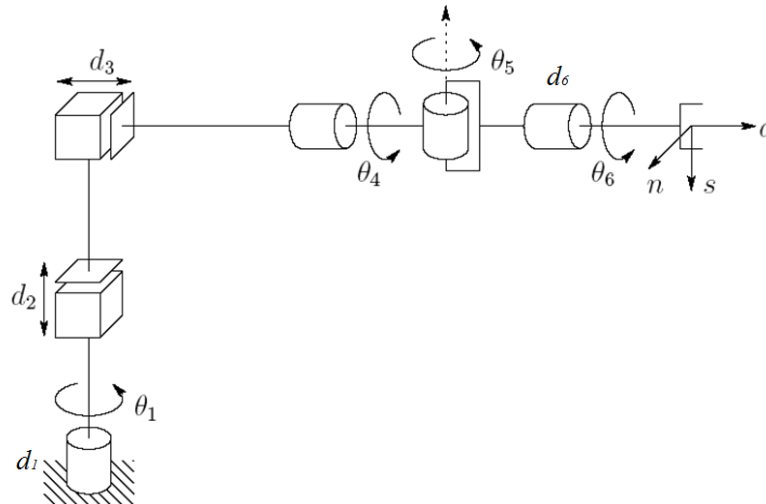
$$T_6^3 = A_4(A_5A_6)$$

Odnosno:

$$T_6^3 = A_4A_5A_6 = \begin{bmatrix} c_4c_5c_6 - s_4s_6 & -c_4c_5s_6 - s_4c_6 & c_4s_5 & c_4s_5d_6 \\ s_4c_5c_6 + c_4s_6 & -s_4c_5s_6 + c_4c_6 & s_4s_5 & s_4s_5d_6 \\ -s_5c_6 & s_5c_6 & c_5 & c_5d_6 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

6 DOF struktura

Odrediti DH parametre i napisati homogenu transformacionu matricu za osnovnu konfiguraciju manipulatora sa šest stepeni slobode, prikazanoj na sledećoj slici:



Slika 2.17. Manipulator sa šest stepeni slobode

Rešenje:

Denavit Hartenbergovi parametri su dati u sledećoj tablici:

link	a_i	α_i	d_i	q_i
1	0	0	d_1	q_1
2	0	-90	d_2	0
3	0	0	d_3	0
4	0	-90	0	q_4
5	0	90	0	q_5
6	0	0	d_6	q_6

$$A_1 = \begin{bmatrix} c_1 & -s_1 & 0 & 0 \\ s_1 & c_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & d_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, A_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & d_2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, A_3 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & d_3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$A_4 = \begin{bmatrix} c_4 & 0 & -s_4 & 0 \\ s_4 & 0 & c_4 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, A_5 = \begin{bmatrix} c_5 & 0 & -s_5 & 0 \\ s_5 & 0 & c_5 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, A_6 = \begin{bmatrix} c_6 & -s_6 & 0 & 0 \\ s_6 & c_6 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & d_6 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Matrice homogene transformacije između koordinatnog sistema hvataljke i nepokretnog sistema dobijamo množenjem matrica transformacije prema relaciji:

$$T_6^0 = T_3^0 T_6^3 = \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} & d_x \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} & d_y \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} & d_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Odnosno

$$r_{11} = c_1 c_4 c_5 c_6 - c_1 s_4 s_6 + s_1 s_5 c_6$$

$$r_{21} = s_1 c_4 c_5 c_6 - s_1 s_4 s_6 - c_1 s_5 c_6$$

$$r_{31} = -s_4 c_5 c_6 - c_4 s_6$$

$$r_{12} = -c_1 c_4 c_5 s_6 - c_1 s_4 c_6 - s_1 s_5 c_6$$

$$r_{22} = -s_1 c_4 c_5 s_6 - s_1 s_4 s_6 + c_1 s_5 c_6$$

$$r_{32} = s_4 c_5 c_6 - c_4 c_6$$

$$r_{13} = c_1 c_4 s_5 - s_1 c_5$$

$$r_{23} = s_1 c_4 s_5 + c_1 c_5$$

$$r_{33} = -s_4 s_5$$

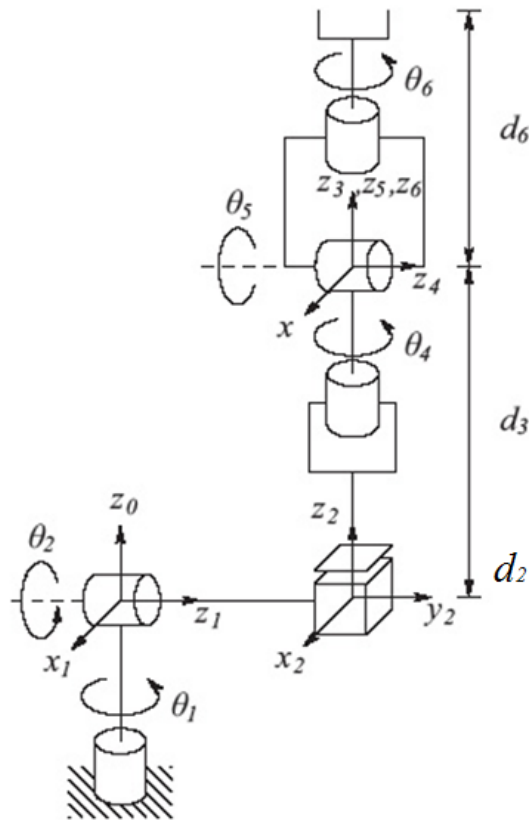
$$d_x = c_1 c_4 s_5 d_6 - s_1 c_5 d_6 - s_1 d_3$$

$$d_y = s_1 c_4 s_5 d_6 + c_1 c_5 d_6 + c_1 d_3$$

$$d_z = -s_4 s_5 d_6 + d_1 + d_2$$

Stanford arm

Odrediti DH parametre i napisati homogenu transformacionu matricu za osnovnu konfiguraciju Stanford manipulatora, prikazanog na sledećoj slici:



Slika 2.18. Stanford manipulator

Rešenje:

Denavit Hartenbergovi parametri su dati u sledećoj tablici:

link	a_i	α_i	d_i	q_i
1	0	-90	0	q_1
2	0	90	d_2	q_2
3	0	0	d_3	0
4	0	-90	0	q_4
5	0	90	0	q_5
6	0	0	d_6	q_6

$$A_1 = \begin{bmatrix} c_1 & 0 & -s_1 & 0 \\ s_1 & 0 & c_1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, A_2 = \begin{bmatrix} c_2 & 0 & s_2 & 0 \\ s_2 & 0 & -c_2 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & d_2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, A_3 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & d_3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$A_4 = \begin{bmatrix} c_4 & 0 & -s_4 & 0 \\ s_4 & 0 & c_4 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, A_5 = \begin{bmatrix} c_5 & 0 & s_5 & 0 \\ s_5 & 0 & -c_5 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, A_6 = \begin{bmatrix} c_6 & -s_6 & 0 & 0 \\ s_6 & c_6 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & d_6 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Matrice homogene transformacije između koordinatnog sistema hvataljke i nepokretnog sistema dobijamo množenjem matrica transformacije prema relaciji:

$$T_6^0 = A_1 \cdots A_6 = \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} & d_x \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} & d_y \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} & d_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Odnosno

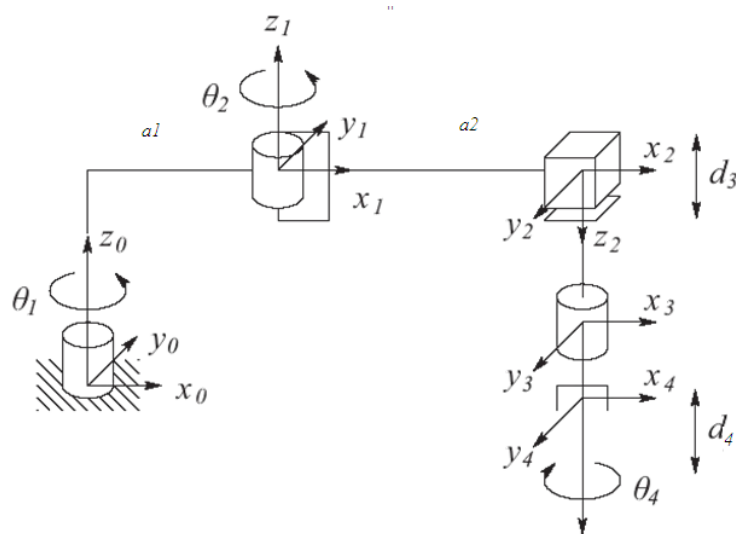
$$\begin{aligned} r_{11} &= c_1 [c_2 (c_4 c_5 c_6 - s_4 s_6) - s_2 s_5 c_6] - d_2 (s_4 c_5 c_6 + c_4 s_6) \\ r_{21} &= s_1 [c_2 (c_4 c_5 c_6 - s_4 s_6) - s_2 s_5 c_6] + c_1 (s_4 c_5 c_6 + c_4 s_6) \\ r_{31} &= -s_2 (c_4 c_5 c_6 - s_4 s_6) - c_2 s_5 c_6 \\ r_{12} &= c_1 [-c_2 (c_4 c_5 s_6 + s_4 c_6) + s_2 s_5 s_6] - s_1 (-s_4 c_5 s_6 + c_4 c_6) \\ r_{22} &= -s_1 [-c_2 (c_4 c_5 s_6 - s_4 c_6) - s_2 s_5 s_6] + c_1 (-s_4 c_5 s_6 + c_4 s_6) \\ r_{32} &= s_2 (c_4 c_5 s_6 + s_4 c_6) + c_2 s_5 s_6 \\ r_{13} &= c_1 (c_2 c_4 s_5 + s_2 c_5) - s_1 s_4 s_5 \\ r_{23} &= s_1 (c_2 c_4 s_5 + s_2 c_5) + c_1 s_4 s_5 \\ r_{33} &= -s_2 c_4 s_5 + c_2 c_5 \\ d_x &= c_1 s_2 d_3 - s_1 d_2 + d_6 (c_1 c_2 c_4 s_5 + c_1 c_5 s_2 - s_1 s_4 s_5) \\ d_y &= s_1 s_2 d_3 + c_1 d_2 + d_6 (c_1 s_4 s_5 + c_2 c_4 s_1 s_5 + c_5 s_1 s_2) \\ d_z &= c_2 d_3 + d_6 (c_2 c_5 - c_4 s_2 s_5) \end{aligned}$$

SCARA konfiguracija

Za SCARA (Selective Compliant Assembly Robot Arm) manipulator sa četiri stepena slobode odrediti DH parametre i matricu transformacije koja opisuje hvataljku u baznom koordinatnom sistemu.



Slika 2.19. FANUC Scara Robot



Slika 2.20. Lokalni kordinatni sistemi

Rešenje:

Tablica Denavit – Hartenbergovih parametara

link	a_i	α_i	d_i	q_i	$\cos\alpha$	$\sin\alpha$
1	a_1	0	0	q_1	1	0
2	a_2	0	0	q_2	1	0
3	0	180°	d_3	0	-1	0

4	0	0	d_4	q_4	1	0
---	---	---	-------	-------	---	---

Matrice homogene transformacije za pojedine koordinatne sisteme su:

$$A_1 = \begin{bmatrix} c_1 & -s_1 & 0 & a_1c_1 \\ s_1 & c_1 & 0 & a_1s_1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix},$$

$$A_2 = \begin{bmatrix} c_2 & s_2 & 0 & a_2c_2 \\ s_2 & -c_2 & 0 & a_2s_2 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix},$$

$$A_3 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & d_3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix},$$

$$A_4 = \begin{bmatrix} c_4 & -s_4 & 0 & 0 \\ s_4 & c_4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & d_4 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Matricu homogene transformacije hvataljke dobijamo množenjem pojedinačnih matrica transformacije i to počev od poslednjeg segmenta prema prvom.

$$T_4^0 = A_1 \cdot (A_2 \cdot (A_3 \cdot A_4))$$

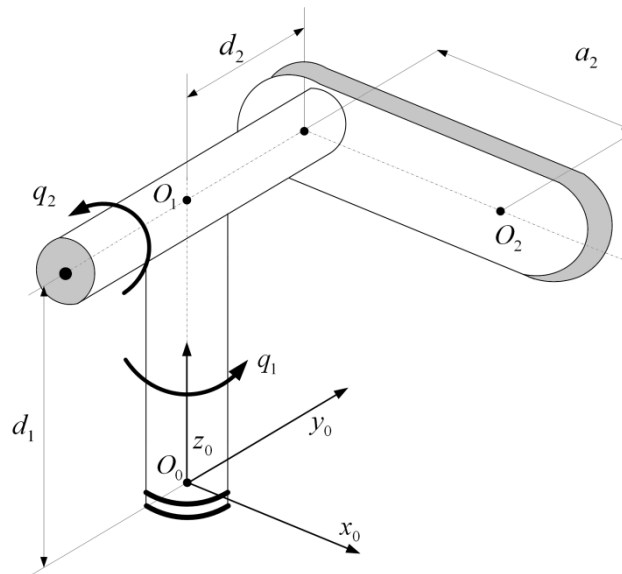
$$T_4^0 = \begin{bmatrix} c_{12}c_4 + s_{12}s_4 & -c_{12}s_4 + s_{12}c_4 & 0 & a_1c_1 + a_2c_{12} \\ s_{12}c_4 - c_{12}s_4 & -s_{12}s_4 - c_{12}c_4 & 0 & a_1s_1 + a_2s_{12} \\ 0 & 0 & -1 & -d_3 - d_4 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

2 DOF struktura

Na slici je prikazan manipulacioni robot osnovne konfiguracije. Odrediti DH parametre i napisati homogenu transformacionu matricu za osnovnu konfiguraciju PUMA manipulatora, prikazanoj na sledećoj slici:

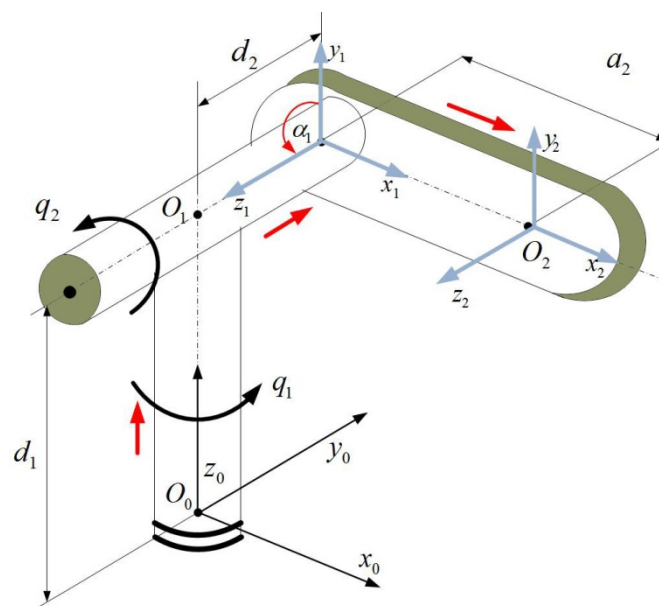
$$d_1=0.5\text{m} \quad q_1=30^\circ$$

$$d_2=0.2\text{m} \quad a_2=0.6\text{m} \quad q_2=60^\circ$$



Slika 2.21. RR osnovna konfiguracija

Rešenje:



Slika 2.22. Lokalni kordinatni sistemi

link	a_i	α_i	d_i	q_i
1	0	90°	d_1	q_1
2	a_2	0	$-d_2$	q_2

Formirajmo sada homogene matrice transformacije između susednih segmenata ovog manipulatora. Imajući u vidu opšti oblik matrice transformacije za rotacione zglobove i parametre iz tablice, možemo pisati:

$${}^0D_1 = \begin{bmatrix} \cos q_1 & 0 & \sin q_1 & 0 \\ \sin q_1 & 0 & -\cos q_1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & d_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix},$$

$${}^1D_2 = \begin{bmatrix} \cos q_2 & -\sin q_2 & 0 & a_2 \cos q_2 \\ \sin q_2 & \cos q_2 & 0 & a_2 \sin q_2 \\ 0 & 0 & 1 & -d_2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix},$$

Da bismo odredili homogenu matricu transformacije između koordinatnog sistema hvataljke i nepokretnog sistema, potrebno je izvršiti množenje ovih matrica transformacije. Ovo množenje ćemo izvršiti počev od poslednjeg segmenta prema prvom prema relaciji:

$${}^0D_2 = {}^0D_1 * {}^1D_2$$

Tako dolazimo do izraza:

$${}^0D_2 = \begin{bmatrix} \cos q_1 & 0 & \sin q_1 & 0 \\ \sin q_1 & 0 & -\cos q_1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & d_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos q_2 & -\sin q_2 & 0 & a_2 \cos q_2 \\ \sin q_2 & \cos q_2 & 0 & a_2 \sin q_2 \\ 0 & 0 & 1 & -d_2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Gde su uvedene sledeće oznake:

$${}^0D_2 = \begin{bmatrix} \cos q_1 \cos q_2 & -\sin q_2 \cos q_1 & \sin q_1 & a_2 \cos q_1 \cos q_2 - d_2 \sin q_1 \\ \sin q_1 \cos q_2 & -\sin q_1 \sin q_2 & -\cos q_1 & a_2 \sin q_1 \cos q_2 + d_2 \cos q_1 \\ \sin q_2 & \cos q_2 & 0 & a_2 \sin q_2 + d_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix},$$

Kada su određene numeričke vrednosti matrice 0D_3 moguće je odrediti tri spoljašnje koordinate koji opisuju orijentaciju hvataljke.

$${}^0D_2 = \begin{bmatrix} & & x \\ & {}^0A_2 & y \\ & & z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$X_{02} = a_2 \cos q_1 \cos q_2 - d_2 \sin q_1$$

$$Y_{02} = a_2 \sin q_1 \cos q_2 + d_2 \cos q_1$$

$$Z_{02} = a_2 \sin q_2 + d_1$$

U dobijene izraze ćemo zameniti zadate vrednosti:

$$X_{02} = 0.6 \cdot \left(\frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \right) - 0.2 \cdot \frac{1}{2} = 0.1598m$$

$$Y_{02} = 0.6 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} + 0.2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 0.3232m$$

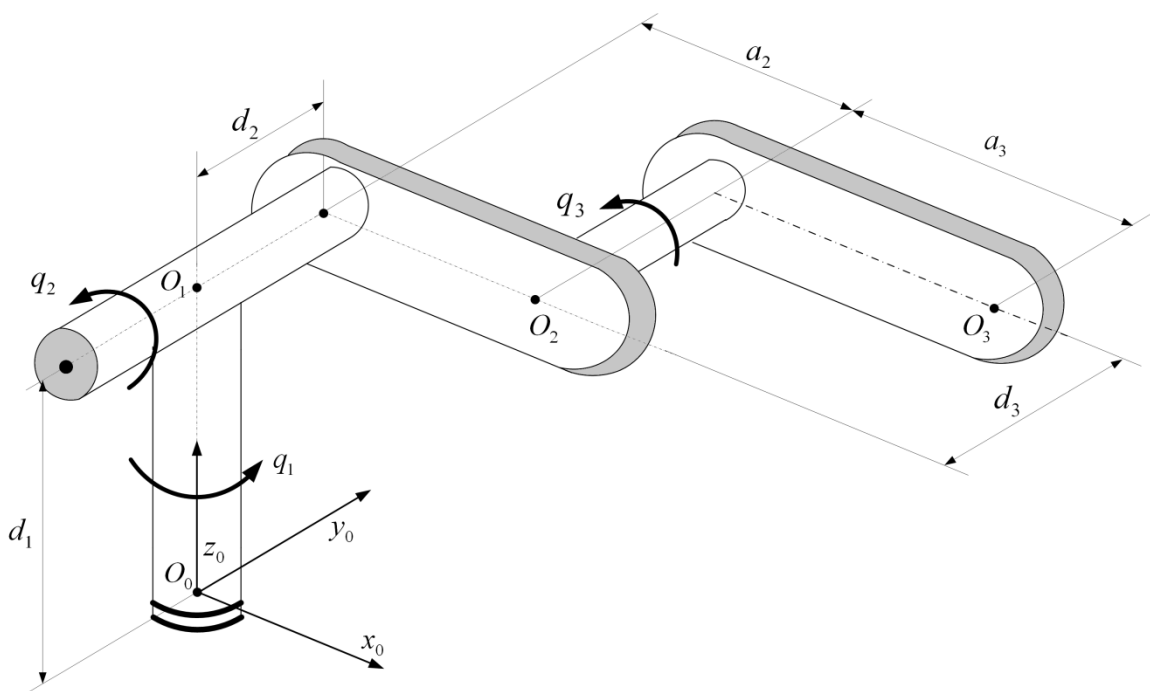
$$Z_{02} = 0.6 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} + 0.5 = 1.0196m$$

Kada se odrede i ove koordinate, u potpunosti je rešen direktan kinematički problem.

Puma osnova

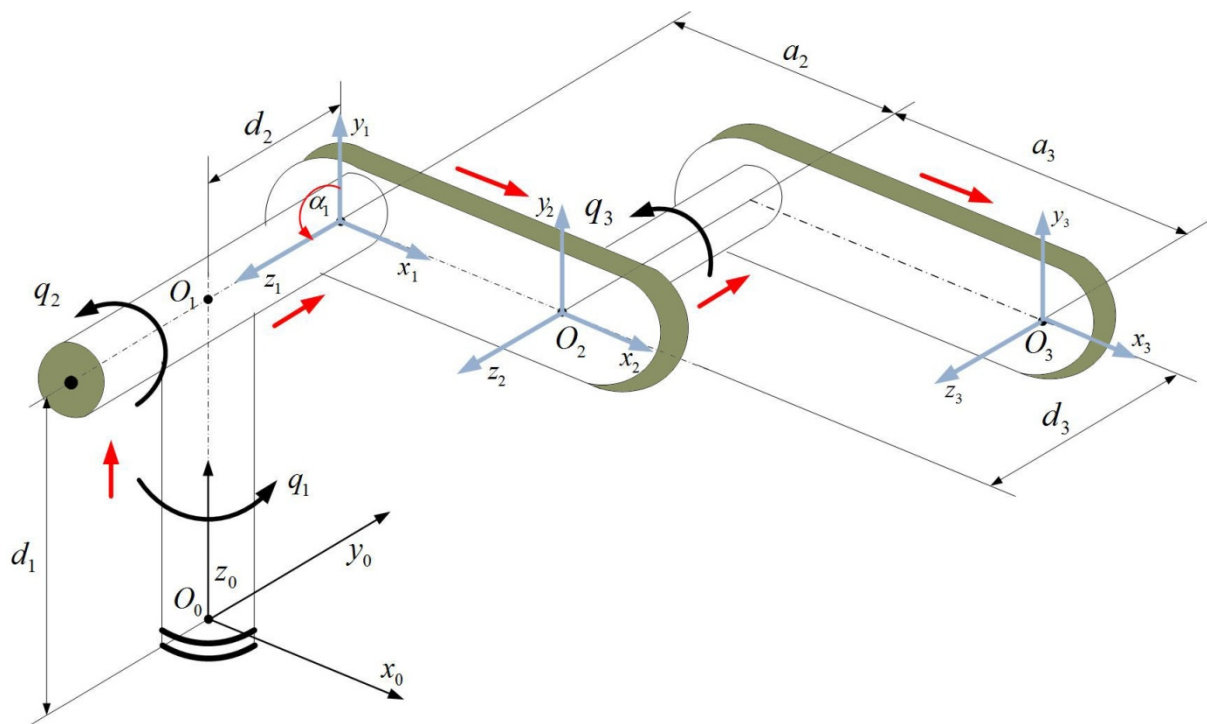
Odrediti DH parametre i napisati homogenu transformacionu matricu za osnovnu konfiguraciju PUMA manipulatora, prikazanoj na sledećoj slici:

$d_1=0.5\text{m}$		$q_1=0^\circ$
$d_2=0.2\text{m}$	$a_2=0.6\text{m}$	$q_2=60^\circ$
$d_3=0.2\text{m}$	$a_3=0.6\text{m}$	$q_3=-30^\circ$



Slika 2.23. RRR osnovna konfiguracija

Rešenje:



Slika 2.24. Lokalni kordinatni sistemi

link	a_i	α_i	d_i	q_i
1	0	90°	d_1	q_1
2	a_2	0	$-d_2$	q_2
3	a_3	0	$-d_3$	q_3

Formirajmo sada homogene matrice transformacije između susednih segmenata ovog manipulatora. Imajući u vidu opšti oblik matrice transformacije za rotacione zglobove i parametre iz tablice, možemo pisati:

$${}^0D_1 = \begin{bmatrix} \cos q_1 & 0 & \sin q_1 & 0 \\ \sin q_1 & 0 & -\cos q_1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & d_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$${}^1D_2 = \begin{bmatrix} \cos q_2 & -\sin q_2 & 0 & a_2 \cos q_2 \\ \sin q_2 & \cos q_2 & 0 & a_2 \sin q_2 \\ 0 & 0 & 1 & -d_2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix},$$

$${}^2D_3 = \begin{bmatrix} \cos q_3 & -\sin q_3 & 0 & a_3 \cos q_3 \\ \sin q_3 & \cos q_3 & 0 & a_3 \sin q_3 \\ 0 & 0 & 1 & -d_3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix},$$

Da bismo odredili homogenu matricu transformacije između koordinatnog sistema hvataljke i nepokretnog sistema, potrebno je izvršiti množenje ovih matrica transformacije. Ovo množenje ćemo izvršiti počev od poslednjeg segmenta prema prvom prema relaciji:

$${}^0D_3 = {}^0D_1 * ({}^1D_2 * {}^2D_3)$$

Tako dolazimo do izraza:

$${}^1D_3 = \begin{bmatrix} \cos q_2 \cos q_3 - \sin q_2 \sin q_3 & -\cos q_2 \sin q_3 - \sin q_2 \cos q_3 & 0 & a_3 (\cos q_2 \cos q_3 - \sin q_2 \sin q_3) + a_2 \cos q_2 \\ \sin q_2 \cos q_3 + \cos q_2 \sin q_3 & -\sin q_2 \sin q_3 + \cos q_2 \cos q_3 & 0 & a_3 (\sin q_2 \cos q_3 + \cos q_2 \sin q_3) + a_2 \sin q_2 \\ 0 & 0 & 1 & -d_3 - d_2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix},$$

Gde su uvedene sledeće oznake:

$$c_{23} = \cos q_2 \cos q_3 - \sin q_2 \sin q_3$$

$$s_{23} = \sin q_2 \cos q_3 + \cos q_2 \sin q_3$$

$${}^1D_3 = \begin{bmatrix} c_{23} & -s_{23} & 0 & a_2 c_{23} + a_3 c_{23} \\ s_{23} & -c_{23} & 0 & a_2 s_{23} + a_3 s_{23} \\ 0 & 0 & 1 & -(d_2 + d_3) \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix},$$

$${}^0D_3 = \begin{bmatrix} c_1 c_{23} & -c_1 s_{23} & s_1 & c_1 (a_2 c_{23} + a_3 c_{23}) - s_1 (d_2 + d_3) \\ s_1 s_{23} & s_1 c_{23} & -c_1 & s_1 (a_2 s_{23} + a_3 s_{23}) + c_1 (d_2 + d_3) \\ s_{23} & c_{23} & 1 & a_2 s_{23} + a_3 s_{23} + d_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix},$$

Kada su određene numeričke vrednosti matrice 0D_3 moguće je odrediti tri spoljašnje koordinate koji opisuje orijentaciju hvataljke.

$${}^0D_3 = \begin{bmatrix} & & & x \\ & {}^0A_3 & & y \\ & & & z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$X_{03} = c_1(a_2c_2 + a_3c_{23}) - s_1(d_2 + d_3)$$

$$Y_{03} = s_1(a_2s_2 + a_3s_{23}) + c_1(d_2 + d_3)$$

$$Z_{03} = a_2s_2 + a_3s_{23} + d_1$$

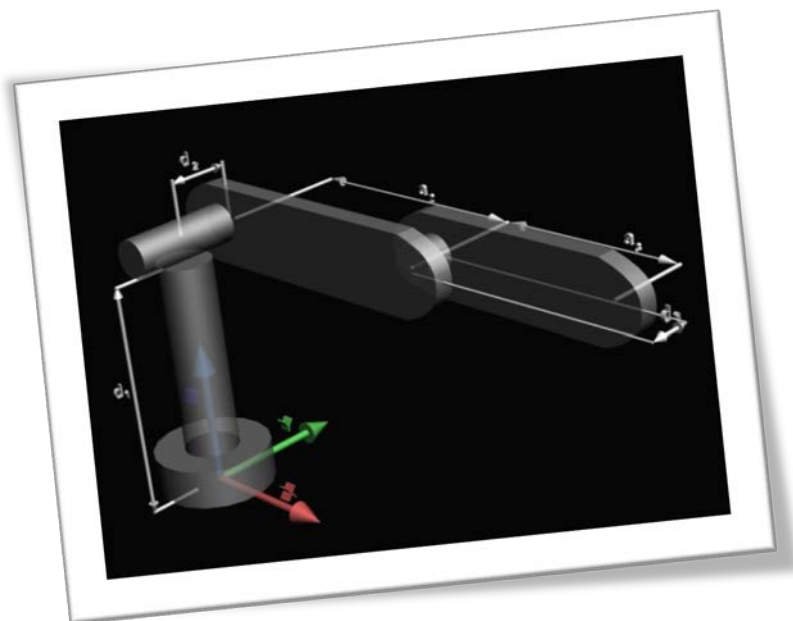
U dobijene izraze ćemo zameniti zadate vrednosti:

$$X_{03} = 1(0.6 \cdot \frac{1}{2} + 0.6 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}) - 0(0.5 + 0.2) = 0.8196m$$

$$Y_{03} = 0 + 1(0.2 + 0.2) = 0.4m$$

$$Z_{03} = 0.5 + 0.6 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} + 0.6 \cdot \frac{1}{2} = 1.3196m$$

Kada se odrede i ove koordinate, u potpunosti je rešen direktan kinematički problem.



3. Literatura

- [1] Inteligentni roboti i sistemi, Gyula Mester, Viša tehnička škola Subotica, 2002
- [2] Robotok irányítása, Lantos Béla, Akadémiai kiadó, Budapest, 1991
- [3] Osnovi robotike - Upravljanje manipulacionim robotima, M.Vukobratović, D.Stokić, Tehnička knjiga, Beograd, 1988
- [4] Upravljanje manipulacionim robotima, M.Vukobratović, D.Stokić, Tehnička knjiga, Beograd, 1988
- [5] Primenjena dinamika manipulacionih robota, Miomir Vukobratović, Tehnička knjiga, Beograd, 1986
- [6] A Robotics Toolbox for Matlab Release 8, Peter I. Corke, 2008
- [7] Stoyan Gisbert: MATLAB. Typotex, 2005.
- [8] Uvod u robotiku, M.Vukobratović, Mihajlo Pupin, Beograd, 1986
- [9] Uvod u MATLAB 7 sa primerima, *Amos Gilat*, Mikro knjiga, 2005
- [10] Robotika, Mester Gyula, pp. 1-150, ISBN 978-963-279-515-7, Typotex Kiadó, Budapest, 2011.
- [11] Intelligens robotok és rendszerek, Gyula Mester, SZMF, Szabadka, 2000
- [12] Számítógépes Modellezés és Szimuláció 1, Simon János, Szegedi Tudományegyetem - Mérnöki Kar, 2018.



NAPOMENA: Ovaj dokument je izrađen uz finansijsku podršku Evropske unije. Sadržaj ovog dokumenta je isključivo odgovornost Visoke tehničke škole strukovnih studija - Subotica i ne odražava zvanično mišljenje Evropske unije i/ili Upravljačkog tela.